胡塞尔流形论与哥德尔纲领

Husserl's Manifold Theory and Gödel's Program

王知飞 /WANG Zhifei

（中山大学哲学系，广东广州，510275）
(Philosophy Department, Sun Yat-sen University, Guangzhou, Guangdong, 510275)

摘　要：胡塞尔与哥德尔之间存在着多重思想关联，其中往往被忽视的是二者在为形式系统寻找新公理问题上的共识。胡塞尔流形论借助确定性概念对公理系统的完备性进行了深入的分层讨论，其中涉及外延上的语形与语义确定性、内涵中的对象与公理确定性等多个维度。要想完整理解这一流形论，就必须将它放在形式本体论的框架中。哥德尔关于连续统问题的基本观点，本质上是一种数学化的哲学主张。他与胡塞尔分享同一套现代柏拉图主义的数理世界观、直觉/直观的认识构成论以及公理系统的确定扩张论，其哲学立场可以通过塑形数学实践进而渗透到数学理论中。从超越论现象学的视角出发，哥德尔纲领可以在构造与建构的双重维度上得到一种更加完善的说明与辩护。

关键词：流形　确定性　连续统假设　新公理

Abstract: There exist multiple intellectual affinities between Husserl and Gödel, among which the often-neglected one is their consensus regarding the problem of searching for new axioms for formal systems. Husserl's manifold theory offers a deep and stratified discussion of the completeness of axiomatic systems by means of the concept of definiteness, including extensional dimensions (syntactic and semantic definiteness) as well as intensional dimensions (objectual and axiomatical definiteness). A comprehensive understanding of Husserl's manifold theory requires situating it within the framework of his formal ontology. Meanwhile, Gödel's standpoint on the continuum problem is a mathematized philosophical claim. He shares with Husserl the same modern Platonist worldview of mathematics, an intuition-based constitutive theory of knowledge, and a view of the definite expansion of axiomatic systems. Gödel's philosophical position permeates mathematical theory by shaping mathematical practice. From the perspective of transcendental phenomenology, Gödel's program can receive a more complete clarification and justification along the dual dimensions of constitution and construction.

Key Words: Manifold; Definiteness; Continuum hypothesis; New axioms

中图分类号：B516.52; N031　DOI: 10.15994/j.1000–0763.2026.04.012　CSTR: 32281.14.jdn.2026.04.012

引　　言

无论是在现象学界还是在逻辑学界，胡塞尔（E. Husserl）与哥德尔（K. Gödel）之间的思想关联都受到了广泛关注。尽管胡塞尔与哥德尔不存在直接交往，但哥德尔从青年时代开始就接触过胡塞尔的著作，并且在1959年之后投入了大量时间钻研胡塞尔的超越论现象学。[1]现有学界研究大多从两个方向上展开：首先是从思想史上追溯哥德尔对胡塞尔现象学的接受和运用，尤其是后者的本质直观方法；其次

基金项目：国家社会科学基金青年项目“胡塞尔通向现象学体系的莱布尼茨道路研究”（项目编号：25CZX036）。
收稿日期：2025年3月5日
作者简介：王知飞（1995–）男，江苏徐州人，中山大学哲学系博士后，研究方向为胡塞尔现象学、数学哲学。Email: wangzhf29@mail.sysu.edu.cn

是从学理上考察哥德尔不完备性定理对胡塞尔的严格科学理想的挑战。相较而言，哥德尔的另一主要成就——关于连续统假设的相关研究以及由此发展出的哥德尔纲领——与现象学的可能关联却往往被忽视。在公理系统的扩张问题上，胡塞尔流形论与哥德尔纲领达成了深刻的同盟，澄清这一点不仅有利于从现象学角度更好地辩护哥德尔的未竟事业，也有利于正确把握一门超越论–现象学的数学哲学的真正意涵。

一、胡塞尔流形论：批判中的重构

在1900年出版的《逻辑研究》（第一卷）中，胡塞尔明确提出纯粹逻辑学应当包含三个结构层次：首先是逻辑学的基本范畴（包括含义范畴和对象范畴）及其合法复合，进而是逻辑演算的法则与理论，最后是关于理论之可能形式的流形论（Mannigfaltigkeitslehre）。从命题学上，三个层次分别处理的是命题内部诸部分的统一性，不同命题之间的相容性，以及由命题组构成的理论之间的结构关系。胡塞尔写道：

> 这门可能的、仅仅在形式上被确定的理论的概念之对象相关项就是一个可能的、由此形式理论来主宰的认识领域一般的概念。但这样一个概念被数学家称之为一个流形……一门流形论的最普遍观念就是一门这样的科学，它确定地组织各种可能理论（或领域）的本质类型并研究它们相互间的规律性关系。这样，所有现实的理论都是那些与它们相应的理论形式的殊相化，或者说，单项化。[2]

胡塞尔流形概念的基本背景是黎曼（B. Riemann）以来数学中结构的观点的推广①。在19世纪的数学实践中，量的数学逐渐被更为严格的抽象数学所取代，[3]流形意味着一种纯粹形式化的数学对象。学界从现代数学的视角出发为理解胡塞尔流形论提供了两条进路：（1）公理化进路，即将流形理解为一个公理系统（公理集 Σ 或者理论 T），而将流形的确定性（Definitheit）理解为希尔伯特（D. Hilbert）意义上公理系统的完备性（Vollständigkeit）；（2）模型论进路，即将胡塞尔三层逻辑学结构对应到今天的语形学（syntax）、证明论和模型论，流形是一个可能具有多种语义模型（解释）的形式系统，这时流形的确定性就意味着它的诸模型是同构的（isomorphic），或者说该流形是范畴的（categorical）并且“在描述上完备的”。（[3]，p.70）尽管两条进路都富有启发性，但它们均未能彰显出胡塞尔流形论独特的本体论架构。

在数学–逻辑学层面，首先应当复原的是完备性概念的多重含义：

（1）上文所给出的完备性可以称为经典完备性。胡塞尔指认“公理系统必须是确定的（definit），即它如此定义（definieren）一个流形：每一运用定义了的概念以及至多还有纯粹逻辑概念的命题，都在客观上得到了它对于该流形而言是有效还是无效的规定，而非处于未定之中”。（[4]，p.447）但胡塞尔仅仅要求在某一数学论域中有意义的命题得到判定（相对的确定），而非所有命题一般（绝对的确定=希尔伯特意义上的完备），（[4]，p.440）这使得他的流形论不会直接被哥德尔不完备性定理所证否。流形论将具体的理论普遍化为诸相似理论所共有的形式结构，例如从欧式空间几何学到三维流形论，进而研究可能的理论形式之间同构、涵摄、扩张等关联本身的合法则性。

（2）完备性同样可以指一个公理系统有能力将所有的有效命题（即在它的所有解释或者说模型中都为真的命题）证明出来，这种意义上的完备性通常被称为语义完备性。在模型论进路看来，胡塞尔能够抽象掉具体科学的质料、在论域层面“用纯形式的客体表象、即客体一般的表象来替代质料上规定的客体表象”，最终将“一个如此定义的对象领域称为一个规定

①在流形概念上对胡塞尔影响最大的两位数学家应当是黎曼与康托（G. Cantor），前者提供了形式公理化的维度，而后者提供了概念实在论的维度。

的、但是在形式上定义的流形”,([5],p.91)正是基于已然默认了具体理论与形式系统之间的“等形”(äquiform),语义完备性保障了真值与证明的确定性关联。当然,如岑托内(S. Centrone)所指出的:“此时胡塞尔并没有将语义完备性明确地视为一个问题,而是倾向于完全把它作为理所当然的。”[6]

(3)完备性还可以指形式系统对象域的最大化。在1900年“论数概念”(Über den Zahlbegriff)一文中,希尔伯特通过四组公理(I.联结公理、II.计算公理、III.序公理和IV.连续性公理)来建构实数系统,其中连续性公理包括作为IV1的阿基米德公理以及作为IV2的完备性公理。[7]这里的完备性公理并不是简单的“闭包”(closure)公理,因为其余公理仅能定义出具有阿基米德性质的有序域(例如有理数集),只有完备性公理才确保了实数集是符合公理I,II,III和IV1的极大一致集,或者说是势最大的模型。胡塞尔指出:“我的观点是完备性从来不是一个公理(Axiom),而是对确定的公理系统和流形而言是一个原理(Lehrsatz)。”([5],p.102)从这个意义上说,具有相对确定性的流形仍可以继续扩张,例如整数、分数、有理数,而绝对确定性意味着某一公理系统下对象域已经扩张到最大,“我称一个流形为绝对确定的,如果不存在和它(全部一起)具有相同公理的其它流形。”([5],p.102)

(4)最后,完备性还可以指公理集本身的完备性,它涉及是否以及在何种意义上允许公理系统有新公理的加入。在这一点上胡塞尔与希尔伯特对于公理系统的理解本就存在差异。尽管都将公理理解为“形式之物”,但对胡塞尔而言这意味着公理属于含义范畴(Bedeutungskategorie),属于形式命题学,进而证明的核心是“保真”(Bewährung)(证成明见性);而对希尔伯特而言这意味着公理属于符号操作的语形结构,类似于一套游戏规则,从而证明根本上是演绎。在胡塞尔看来,“公理不是纯粹的逻辑法则。也不是流形的原理。纯粹逻辑的只是公理和原理之间的关联,或者基于原理的公理有效性”。([4],p.445)公理作为形式之物,其根据在于流形内在的原理,它将后者带入纯粹逻辑之中。与对象域最大化相对应,胡塞尔对于一个公理系统也提出了公理集最大化的要求,即“没有独立的公理可以被加入其中,它已经从被定义的概念出发纯粹地建构自身(当然也没有任何公理可以被排除,否则公理系统将不是不可还原(irreduktibel)的)。”([4],p.454)

完备性的多义性构成了我们重新理解胡塞尔流形论的抓手,后者以确定性概念为核心对形式系统提出了多维度的要求,每一种完备性或者确定性都意味着在某种意义上的最大化:无论是可证明性的最大化与真值指派的最大化,还是对象域的最大化与公理集的最大化。我们并非反对公理化进路将胡塞尔的确定性与希尔伯特的完备性紧密联系起来,但是完备性–确定性本身具有多重维度,并且在深层维度上胡塞尔与希尔伯特存在分歧。

主张模型论进路的哈尔蒂莫(M. Hartimo)同样区分了胡塞尔流形论中的描述完备性、语形完备性(流形的形式确定)以及计算完备性(流形的质料确定)。([3],p.70)这里的计算完备性是指通过能行的计算性操作(类似于“项重写”)来机械地判定了公理系统中表达的真值,演绎推理变成了一种计算变换,在计算完备性的意义上一个确定流形也是一个数学流形。([3],pp.65–70)但这种形式–质料的区分仍停留在流形论的语言操作层面而非意义运作层面,哈尔蒂莫指认的计算完备性仍然是一种形式语言运用的完备性,笔者称之为语构确定性,它同属于流形论的外延(extensional)确定性层面。基于完备性作为对象域最大化和公理集最大化的含义,应当指认胡塞尔流形论还包含内涵(intensional)确定性的维度,后者具体体现在形式逻辑中形式命题学与形式本体论的交互规定上。

在胡塞尔1929年的《形式逻辑与超越论逻辑》一书中,作为判断理论的形式命题学被细致地分成了三个层次:含义的纯粹形式学,它关涉的是判断作为判断的纯粹可能性及其合法操作,即所有可设想的判断都可以从基本形式

的闭包中建构（Konstruktion）出来，这类似于合式公式的构成；后承逻辑或者说无矛盾逻辑，它旨在考察合法的推理形式以及诸判断之间的共存性，即一门类似于证明论的“纯粹命题分析学”；真理逻辑，它研究的是可能真理及其模态的形式规律。（[8]，pp.54–61）在胡塞尔看来，命题的真依赖于一种对数理对象的本质直观（一种对象性充实）而非特定公理系统内部的证明，数学并非形式主义意义上的纯粹命题学，而是“整个数学被看作为一门本体论（先天的对象学说），却是作为一门形式的、与某物一般的纯粹模式相关的本体论”。（[8]，p.82）真属于对形式本体论上的先天对象的认识，证明仅仅是形式化地重映或者说转译了这种认识。在形式命题学的第二与第三层次的差异要求着形式本体论的出场。

如果说形式命题学旨在研究作为可能真理之条件（Bedingung）的判断系统的建构，那么形式本体论的任务则是揭示作为可能真理之根据（Grund）的先天对象的构成，二者有着共同的起源：“形式构成（Formung），它在判断中进行，并且所有较狭义和最狭义的数学概念，如集合、基数、数列、量、流形都源自形式构成，尽管是源自最高阶的判断构型（Urteilsgsgebilden）”。（[8]，p.112） 一方面，流形作为数理对象离不开一种直观的形式构成活动，这种活动要以判断性思维为前提，数理对象是在判断活动中所生成的具有最高构型的判断项（Geurteilte）（范畴对象性）；另一方面，判断的命题形式同样是对这种判断性思维的形式化（formalisieren）。在此意义上，形式逻辑根本上是形式–本体论逻辑（formale-ontologische Logik），是关于形式范畴的可能真理的理论。完全的形式数学（形式本体论）与完全的形式分析学（形式命题论）从根源上是同一的，由此才能得到一门完整的流形论。

综上，流形论的外延确定性涉及的是理论语言层面的完备性，无论是语形上的经典完备性还是语义上的描述完备性，亦或是语构的计算完备性。但流形的确定性不能仅仅停留在通过语言与及其指称形成的外延层面，流形的内涵确定性涉及作为形式语言基础的概念实在，涉及形式命题学（含义范畴）和形式本体论（对象范畴）的差异以及互属。含义与对象、公理与流形源自基于对判断性思维的不同概念化方向，给定公理集要求对象域实现极大一致性，而对象域自身也要求者公理集实现充分规定性。前者体现为数系的保守扩张（conservative extension）过程，而后者则体现为公理系统根据所刻画对象内在性质而自身演进，笔者称之为保存扩张（preservative extension），哥德尔纲领正是后一要求的典范。

二、哥德尔纲领：数学化的哲学主张

所谓哥德尔纲领，是指一项由哥德尔所发起并为加州学派所继承、为集合论寻找新公理以求最终解决诸如连续统假设等独立性问题的计划。（[9]，pp.79–84）根据杨睿之的辨析，至少可以区分以下两个版本的哥德尔纲领：（1）扩张现有的公理系统以逐一解决每一个被发现的独立的数学问题。（2）找到现有公理系统的某种完全的扩张或确定的扩张路径，从而实现某种意义上的终极解决。其中要求找到完全的扩张是一个较强的子版本（2.1），只要求一个明确的扩张路径是一个较弱的子版本（2.2），哥德尔本人的主张可能是版本（1）或者（2.2），而非更强的（2.1）。[10] 这里需要简单回顾一下连续统问题的研究历史。

从19世纪中叶到20世纪初，从黎曼到康托都曾用流形论来标识自己所进行的更为基础和抽象的数学研究。康托将“将流形或集合（Menge）理解为每个可以被思考为一的多，每个可以通过一个规律而联合成一个整体的特定要素之总和”。[11] 他在1885年以前更多使用流形与流形论的表述，之后则主要使用集合与集合论的说法，这或许是因为流形概念带有更多哲学色彩，而集合是具体在数学上得到技术性落实的“流形”。在1878年的“关于流形论的一项研究”（Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre）一文中，康托不仅通过一一对应的“等势”概念区分出正整数的可数

无穷和实数的不可数无穷（连续统），更是断言线性流形（可以理解为由线段上的点组成的无穷集合）只可能包括这两类，哥德尔将此总结为“任何连续统的无穷子集要么与整数集等势，要么与整个连续统等势。这就是康托的连续统假设”。（[12]，p.256）

换言之，连续统假设认为在自然数的无穷基数（可数无穷）和实数的无穷基数（连续统）之间不存在其他无穷基数，连续统就是第二个无穷基数。由于自然数的可数无穷作为最小无穷一般被记作 $\aleph_0$，实数的无穷基数被证明等于自然数幂集的基数即 $2^{\aleph_0}$，而第二个无穷基数被记作 $\aleph_1$，连续统假设（CH）也就可以被形式化地写作：$2^{\aleph_0}=\aleph_1$。由此进一步推广产生了广义连续统假设（GCH）：$2^{\aleph_\alpha}=\aleph_{\alpha+1}$。哥德尔在1938年通过内模型法证明了GCH与集合论公理系统（ZFC系统）的相对一致性，即是说可以从一个“较大”的集合论模型V出发限制出一个“较小”的内模型L，通过证明后者是符合ZFC+GCH的模型，从而得出Con（ZFC）→Con（ZFC+GCH）。而在1963年，科恩用力迫法证明了Con（ZFC）→Con（ZFC+¬GCH），即是说从ZF的可数传递模型M出发，通过脱殊滤子G对原模型M进行脱殊扩张，从而得出包含更多实数（例如多达 $\aleph_2$ 甚至更多）新模型M[G]，基于在可数链条件下M与其脱殊扩张M[G]保持相同的基数，此时M[G]已经满足了¬GCH。这样，我们既不能从ZFC系统证明GCH为真，也无法证明其为假，它相对于ZFC系统而言是一个独立命题。

哥德尔纲领正是在这一背景下提出的。在1947年写作、1964年修订的“什么是康托的连续统问题”一文中，哥德尔不仅预言了连续统假设的不可判定性，并且指出该问题的困难源自更深层的原因，“这些问题的完全解决只能通过对其中出现的术语（例如‘集合’‘一一对应’等等）的意义及其使用所依据的公理进行（相比于数学通常所给出的）更深刻的分析”。（[12]，p.257）与形式主义立场下不可判定性就已经是连续统问题的最终答案不同，哥德尔提出了一系列独特论断：

（1）在最基本的哲学本体论层面，哥德尔持有一种现代柏拉图主义的数理世界观。这里的柏拉图主义意味着数学实在论，即“集合论的概念和定理描述了某些明确规定了的实在，在其中康托的猜想必然为真或者为假”。（[12]，p.260）而这种柏拉图主义之所以是现代的，是因为哥德尔并没有承认存在可知与可见、原象与摹本的双重世界，而是提出存在两种类型的对象及其对应感知，即集合论对象–数学直觉①以及物理对象–感性感知。（[12]，p.268）

（2）在这种本体论的基础上，哥德尔在数学认识论上又持有一种构成论而非反映论。哥德尔提醒我们注意，“数学直觉并不需要被构想成一种能给出所涉及对象的直接知识的官能。相反它似乎与物理经验的情况类似，我们也基于某种是直接被给予的其他东西来形成我们这些对象的观念。”（[12]，p.268）对于感性感知而言，直接被给予物是感觉，我们在感觉的基础上形成了物理对象的观念；而对于数学直觉而言，直接被给予物是一些抽象元素，它们已经作为不同于感觉或者感觉组合的构造要素（constituents）被包含在经验观念之中。（[12]，p.268）一方面，数学对象在认识原理上优先于物理对象，因为在我们对物理对象的认识中已经包含了某些的抽象元素；但另一方面，在认识进程中感性感知是显然的而数学直觉是潜隐，后者需要通过某种还原或抽象才能与前者分离。

（3）在本体论和认识论立场的引领下，哥德尔主张通过寻找新公理来彻底解决连续统问题。“集合论公理绝非形成了一个封闭在自身中的系统，恰恰相反，公理所依据的集合这一概念表明它们可以通过新公理来扩张……这些

①哥德尔的“直觉”（intuition）应当被视为对德语中“直观”（Anschauung）一词的翻译，后者在字面上意味着更贴近（an）对象的观看，它不是一种心灵的凭空创造而是带有如其所是呈现的含义，因而接近于胡塞尔的直观而非布劳威尔（L. E. J. Brower）的直觉。如无说明，本文中的直觉都是在哥德尔意义上使用的。

公理清楚地表明不仅现今使用的集合论公理系统是不完备的，并且它可以通过并非任意的新公理来补充，后者仅仅展开了上面所解释的集合论概念的内容”。（［12］，p.260f.）这里哥德尔具体考虑的应该是大基数公理，但他同样承认还可以存在“其他（至今未知的）集合论公理，对于逻辑与数学所依据的诸概念的更深刻理解将会使我们认识到这些公理是这些概念所蕴含的”。（［12］，p.261）

综合本体论、认识论和公理论三个层面，哥德尔纲领实际上是一个数学化的哲学主张。一般认为数学与哲学之间存在着理论分工的不同，数学的证明工作直接产生新的一阶知识，而哲学的论证工作是在反思中生成二阶知识。但在哥德尔看来，哲学无疑是数学的助探原理，只是如今“数学家们只对外延感兴趣：形成了概念之后，他们不再一般地讨论概念如何形成。”（［13］，p.318）尽管哲学理论T_{Phi}不能替代数学理论T_M，但哲学理论可以指导数学实践P_M的方向，而数学理论的进展势必依赖于数学家的具体实践，因此哲学理论可以通过修正数学实践而增益数学理论。在这种理解中，哲学理论对于数学理论既不是“无效的”（$T_{phi}\nRightarrow T_M$）也非“强有效的”（$T_{Phi}\Rightarrow T_M$），而是经由影响数学实践而“弱有效的”（$T_{Phi}\rightarrow P_M\Rightarrow T_M$），哥德尔纲领体现的正是这一结构。

该纲领始于一种现代柏拉图主义的哲学主张，它赋予了数学对象、或者更宽泛地说形式对象以本体论上的实在地位，这与胡塞尔对于形式逻辑本身的形式本体论维度的确立异曲同工，他们都承认一种不同于心理领域和物理领域的第三领域的客观实在性，在此意义上分享着同一套数理世界观。进而哥德尔像胡塞尔一样强调公理集（形式命题学）和对象域（形式本体论）的分离，哥德尔将其表述为“逻辑是关于形式的东西的理论。它包括集合论和概念论”。（［13］，p.318）公理规定对象但无法取消对象，反过来它必须尽可能描述对象的事态和性质。在认识论上，直觉/直观认识的构成特性一方面使得数学知识是可错的和可能不完备的，就像物理知识也是可错的一样，另一方面也使得数学知识在独立于人类心智的同时仍可作为心智所特有的理想化活动的产物。

这两个层面的哲学理论T_{Phi}足以深刻塑形数学家的实践P_M，持有该哲学立场的数学家将无法满足于、甚至可以说无法忍受当前数学理论的现状。该实践具体为集合论寻找新公理以实现公理系统的完备扩张，亦即胡塞尔所谓的公理集的完备化。在增加新公理的意义上，这种扩张可以说是并非保守的，而是保存扩张，该扩张的核心是保持了对象或者说存在者层面的真理明见性（truth-preserving）。实际上，数学家可以并非因为证明或预见了公理系统的具体扩张方式才投身于寻找新公理的数学实践，而是可以出于哲学的推动将其落实为具体的数学化工作，从而产生新的数学理论T_M，哲学理论也就渗透到了数学理论之中。就目前集合论的发展来看，“V=L”和大基数公理都不足以作为新公理，找到一个类似于L、同时可以容纳超紧基数的“终极L”模型、将公理“V=终极L”加入公理集有可能在数学理论上最终实现哥德尔纲领。（［9］，pp.170–172）

总之，通过对哥德尔纲领的本体论、认识论与公理论三个层次拆解以及对其中蕴含的哲学–数学关系的梳理，我们会发现它与胡塞尔流形论几乎存在着一种共形关系，这也使通过现象学来进一步完善对哥德尔纲领的哲学辩护成为可能。

三、哥德尔纲领的现象学辩护

通过现象学来为哥德尔纲领进行辩护在学界已有先例。[14]相较而言，我们将更注重从超越论现象学的视域出发，特别是通过与时间问题相联系，尝试从构造（constitution）与建构（construction）的双重维度给出一种可能的辩护路线。

在胡塞尔的术语使用中，构造是一种使对象在意识中呈现为有意义之物的意向综合活动，研究构造就是研究事物的所与性，哥德尔对此极为认同：“我们如何由所与形成数学对象，这是所谓的构造问题——它要求一种现象

学的分析。”（[13]，p.395）而建构则是将业已形成的概念进行系统性的组合（这种组合使得系统具备可分析性），在理论活动中创造出新的客体以实现某种理论目的，这是一种理想化行为，哥德尔说“理想化……是你达到具有不同程度的抽象性的某些概念的途径，它不是这些概念的原因。你通过它达到新的初始概念。”（[13]，p.393f.）在数学哲学中，柏拉图主义意味着承认数学对象的实在性以及数学命题的确定真值，而建构主义则意味着承认一个数学对象的存在必须切实地找到该对象的特例，它否认排中律与存在性证明。与一般的印象不同，我们认为构造分析与数学柏拉图主义而非建构主义更为亲和，因为二者都指认对象在直观中的所与呈现，从而坚持了数学本身的客观性。区别在于数学柏拉图主义可以保持在本质还原的先天态度中，而构造分析要求进一步进入现象学的超越论（transcendental）态度。在观念是一种实在、甚至是更优先的实在的意义上，胡塞尔的超越论观念论与哥德尔的概念实在论并不构成对立，数学实在论也是一种客观观念论，真正与它们对立的是经验主义与形式主义所共享的唯名论立场。与此同时，我们认为建构思想与数学建构主义分享着可机械执行的有穷操作这一内核，二者都停留在自然化的理论态度中。在这个意义上，胡塞尔–哥德尔式的直观构造不同于布劳威尔式的直觉建构：从本体论上，前者是对本质对象、即客观秩序（order）的发现，后者是对理想客体、即人为序列（sequence）的创造；从意向学上，前者是更多体现出心智的直观被动性，而后者是对构造对象的高阶理想化；从认识论上，前者是对数学认识过程的反思性描述，而后者则是对现有数学知识的合理化规范。如哥德尔所断言：“直觉不同于建构；它是一瞥而见。”（[13]，p.396）当然二者并非是毫无关联的，它们都是构成数学知识的必要环节，这也就是王浩所说的在哥德尔思想中“直觉和理想化之间的辨证法”。（[13]，p.270）这里的数学直觉实际上是明见到概念的一种观念化（ideation）行为，而理想化则是逐渐远离直观的、从对象到系统的创造性扩张。

基于构造与建构的区分，哥德尔纲领实际上面临着双重的澄清任务：（1）数学对象如何在直观/直觉中呈现为概念实在；（2）在公理集中增加新公理的可能性依赖于哪些条件。一种基于现象学的可能辩护路线势必也要包含这两个维度。

就第一个方面而言，这里可以细分两个维度：（1.1）不同于经验对象的数学对象究竟以何种方式直观明见地呈现，或者说在何种被给予性中我们会将对象识别为数学对象？（1.2）是否能够给出具体的数学概念或者数学公理的直观说明？对于前者，在现象学中可以区分经验对象的实时性（Realzeitlichkeit）和与数学对象的全时性（Allzeitlichkeit）①，正是因为对象伴随着不同的时间模态呈现，我们才能够将其直观地把握为经验对象或者数学对象。在一种被给予性中，我们发现对象在此时此刻的呈现与在彼时彼刻的呈现是本质无异的，它在时间上贯穿遍在而在空间又是无处存在，如此呈现的对象才被我们认定为一种观念对象或者说数学对象。这正是哥德尔如何看重胡塞尔时间意识研究的原因：“数学中的因果关系……并不在时间中，但我们把它视为一种时间中的模式。”（[13]，p.422）哥德尔所断言的在数学对象之经验中原初所与物的丢失，正是现象学所讨论的从时间性到全时性的脱–时间化（de-temporalization）构造过程。对于后者，实数连续统的构造可以被视为数学直观的具体案例，根据胡塞尔的时间意识学说，存在着分别具有特定原结构的多维时间层次，数学连续统实际上是将不同时间层次作为所与要素进行综合性直观的结果，它是在“移除”或者说“忽略”层次差异之后得出的“同时”具有某些拓扑、序和代数结构的数学对象，这如哥德尔所言是通过“将注意力引向内经验”（[13]，p.390）实现的。

①在这种全时性对象基础上进一步理想化建构出的数理系统整体则具有非时性（Unzeitlichkeit）的模态。

就第二个方面而言，哥德尔本人曾给出了引进集合论公理的五个原则，即“直觉适域”“闭包原则”“反身原则”“外延化”与“集合全域的齐一性”，但这些原则的严格意义是什么，王浩认为哥德尔所言不多，“似乎建议用胡塞尔式的现象学研究来回答它。”（[13]，p.366f.）根据我们上文对胡塞尔流形论的重构，可以看出五个原则呈现出一种系统性的意义。“直觉适域”原则意味着集合论的建立最终要依据概念论，特别是集合概念，这是胡塞尔–哥德尔式现代柏拉图主义的基本主张，其中也隐含了公理集充分性的诉求；“闭包原则”涉及的是在对象确定性层面的流形最大化；“反身原则”涉及的是流形论中相对确定性与绝对确定性的区分，即绝对确定性是不可达及的，完备扩张也只是一种从相对朝向绝对的路径式运动；“外延化”原则建立起在内涵确定性与外延确定性层面的转译关系，这确保了描述完备性的可能性；“集合全域的齐一性”则意味着集合论扩张必须是保持性的，无论是对象域层面的保守扩张还是公理集层面的保存扩张。

结　语

胡塞尔现象学发端于对观念世界与意识领域之间那种惊人的异质性与成谜的相关性的思考，按照希尔（C. O. Hill）的总结，胡塞尔一生对真理的追寻就是在探索“实在的终极结构”（ultimate structure of reality）。[15]一门超越论–数学哲学的真正意涵就在于根据这种概念论上的终极结构来建构流形论上的数理系统。在这方面，哥德尔恰恰是胡塞尔最为忠实的学生，他真正继承了胡塞尔乐观理性主义的理想，以一种数学化的方式将现代柏拉图主义的哲学主张公诸于世，甚至哥德尔不完全性定理所证明的也不是胡塞尔流形论构想的失败，而是其中真理逻辑与后承逻辑之区分的必要性。胡塞尔的流形论与现象学可以为哥德尔纲领提供哲学辩护，而哥德尔的数学与哲学则有望作为超越论–现象学的数学哲学的实例，这构成了胡塞尔与哥德尔之间隐蔽且深刻的关联。

［参考文献］

[1] van Atten, M., Kennedy, J. 'On the Philosophical Development of Kurt Gödel'[A], van Atten, M. (Ed.) *Essays on Gödel's Reception of Leibniz, Husserl, and Brouwer*[C], Dordrecht et al: Springer, 2015.
[2] 胡塞尔. 逻辑研究（第一卷）[M]. 倪梁康 译, 北京: 商务印书馆, 2017, 278.
[3] Hartimo, M. *Husserl and Mathematics*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2021.
[4] Husserl, E. *Philosophie der Arithemetik. Mit ergänzenden Texten (1890-1901)*[M]. Herausgegeben von Lothar Eley. Den Haag: Martinus Nijhoff, 1970.
[5] Schuhmann, E., Schuhmann, K. 'Husserls Manuskripte zu seinem Göttinger Doppelvortrag von 1901'[J]. *Husserl Studies*, 2001, 17: 87–123.
[6] Centrone, S. *Logic and Philosophy of Mathematics in the Early Husserl*[M]. Dordrecht et al: Springer, 2010, 180.
[7] Hilbert, D. *Grundlagen der Geometrie*[M]. Wiesbaden: Teubner Verlag, 1922, 240.
[8] Husserl, E. *Formale und Transzendentale Logik. Versuch einer Kritik der Logischen Vernunft. Mit Ergänzenden Texten*[M]. Herausgegeben von Paul Janssen, Den Haag: Martinus Nijhoff, 1974.
[9] 郝兆宽. 哥德尔纲领[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2018.
[10] 杨睿之. 哥德尔纲领的若干版本[J]. 自然辩证法通讯, 2020, 42（12）: 42–47.
[11] Cantor, G. *Gesammelte Abhandlungen Mathematischen und Philosophischen Inhalts*[M]. Herausgegeben von Ernst Zermelo, Berlin/Heidelberg: Springer, 1932, 204.
[12] Gödel, K. *Collected Works. Volume II: Publications 1938-1974*[M]. New York: Oxford University Press, 1990.
[13] 王浩. 逻辑之旅: 从哥德尔到哲学[M]. 邢滔滔 等译, 杭州: 浙江大学出版社, 2009.
[14] Hauser, K. 'Gödel's Program Revisited Part I: The Turn to Phenomenology'[J]. *The Bulletin of Symbolic Logic*, 2006, 12(4): 529–590.
[15] Hill, C. O. *Experience and the Ultimate Structure of Reality, Husserl's Pursuit of Truth*[M]. Suwanee: College Publication, 2024.

［责任编辑　王巍　谭笑］