·人物评传·

广中平佑：代数几何巨擘、科学教育大师

Hironaka Heisuke: A Giant of Algebraic Geometry and a Master of Science Education

李雪 /LI Xue　　费辰予 /FEI Chenyu　　李雨桐 /LI Yutong　　刘冰楠 /LIU Bingnan

（云南师范大学数学学院，云南昆明，650500）
(School of Mathematics, Yunnan Normal University, KunMing, Yunnan, 650500)

摘　要：广中平佑是当代日本著名代数几何学家，菲尔兹奖得主。在数学理论方面，他完成了n维情形下的奇点解消研究，高屋建瓴式地推动了代数几何体系的建构；在数学教育方面，他秉持思考为核心，鼓励问题提出，著书立说式地开启了数学创造之门；在人才培养方面，他创立基金支持并开展研讨班，高瞻远瞩式地促进了日本数学教育同国际接轨。

关键词：广中平佑　数学教育　代数几何　创造　儿童教育

Abstract: Hironaka Heisuke is a famous contemporary Japanese algebraic geometer and a Fields Medal laureate. In the field of mathematical theory, he completed the research on the elimination of singularities in the case of n–dimensional case, and promoted the architecture of algebraic geometry system. In mathematics education, he placed thinking at the centre, encouraged the posing of problems, and opened the door to mathematical creativity through his writings. In talent cultivation, he established funds and organized seminars, thereby promoting the international alignment of mathematics education in Japan.

Key Words: Hironaka Heisuke; Mathematics education; Algebraic geometry; Creativity; Children’s education

中图分类号：K811; G623.5　DOI: 10.15994/j.1000–0763.2025.11.013　CSTR: 32281.14.jdn.2025.11.013

广中平佑

东亚诸国，历史上文化本是一体，其数学文化也是同源一体。[1]明治初期，日本数学几乎全部从中国引进。1877年，年值22岁的菊池大麓（きくちだいろ）从英国剑桥留学归来，于将发硎于东京大学，为日本打开了从欧美引进数学的大门；奠基事业箕裘不坠，随后，藤泽利喜太郎（ふじさわ りきたろう）经菊池大麓推荐留学英德，受西方传统教育思想熏陶，他与菊池大麓的数学教育主张一同奠定了日本现代数学教育的基础，成为影响日本数学进展

基金项目：2021年度教育部人文社会科学研究青年基金项目“建党百年来我国中学数学教科书学科德育演变研究”（项目编号：21XJC880002）。
收稿日期：2024年10月30日
作者简介：李　雪（2001–）女，内蒙古巴彦淖尔人，云南师范大学数学学院硕士研究生，研究方向为数学史与数学教育研究。Email: lixue2001314@163.com
费辰予（2000–）女，四川泸州人，云南师范大学数学学院硕士研究生，研究方向为数学史与数学教育研究。Email: feichenyu2000@163.com
李雨桐（2001–）女，云南昆明人，云南师范大学数学学院硕士研究生，研究方向为数学史与数学教育研究。Email: 1481510274@qq.com
刘冰楠（1986–）女，黑龙江鹤岗人，云南师范大学数学学院副教授，研究方向为数学史与数学教育研究。Email: liubingnan1986@163.com

的关键人物；经藤泽利喜太郎培养的第三代数学教育家从20世纪20年代开始取得国际瞩目成就，其中日本第一个获得国际声誉的数学家是高木贞治（たかぎ ていじ），他建立了古典类域论，引起了世界所有数学家的重视，并在1932年的国际数学家大会上当选为“菲尔兹奖”评选委员会委员。至此，日本数学在国际上的地位开始确立。[2] 从明治初期到二战前，菊池大麓、藤泽利喜太郎和高木贞治等一众数学家及数学教育家为日本科教的腾飞奠基了坚实的研究力量和基础，使得战后日本迅速从数学成果寥若晨星的无名之辈转身成为数学名家如满天星斗的数学强国。1990年国际数学大会（International Congress of Mathematicians, ICM）在日本京都召开，这是国际数学联盟首次决定在亚洲召开会议，表明日本的数学已在世界上占有重要地位。历史上，曾有三位日本数学家先后登上菲尔兹奖颁奖台，分别是热忱于数学教育的小平邦彦（こだいら くにひこ）、攻克代数几何奇点解消问题的广中平佑和完成三维代数簇粗分类的森重文（もり しげふみ），他们并称为“日本代数几何学家三巨头”。

广中平佑（ひろなか へいすけ），1931年4月9日出生于日本山口县，曾任日本算术奥林匹克委员会会长，是当代日本最杰出的代数几何学家之一。1970年，39岁的广中平佑攻克了n维情形下奇点解消问题而荣膺菲尔兹奖。他分别于1969年和1976年当选美国艺术与科学院院士和日本学士院院士；后当选为巴黎科学院、俄罗斯科学院和西班牙皇家科学院的外籍院士。1975年，广中平佑成为出生在昭和年代第一个获得文化勋章的人；1976年从哈佛大学任教结束回到日本后，历任京都大学教授，京都大学数理解析研究所所长和山口大学校长等职。2003年广中平佑任创造学园大学（University of Creation）首任校长，2004年被授予国家军事荣誉勋章，2008年被聘为首尔大学教授。他是数学大师奥斯卡·扎里斯基（O. Zarisk）的爱徒、也是代数几何教皇亚历山大·格罗滕迪克（A. Grothendieck）的故旧。广中平佑毕生致力于纯粹数学研究与数学人才培养，奠定了日本代数几何的基础。广中平佑的女儿——广中惠理子（H. Eriko）在父亲的熏陶下也踏上了数学家的道路，研究方向为低维拓扑，目前就职于佛罗里达州立大学（Florida State University）。

一、动荡不安时代下的易志少年

广中平佑的少年生活不乏二战时期的动荡印记。父亲广中泰辅是受时代洪流裹挟着从大地主落没转而经商的商人，母亲广中松惠是抚育着十五个孩子、虽学识不高但却教会广中平佑“思考本身是很有意义的”普通女性。（[3]，p.15）1944年，广中平佑进入山口县立柳井初中读书，当时正值日本军国主义发动的侵略战争逐步走向失败、日本国民生活十分困苦的时期。他中学二年级就进入工厂干活为家庭谋生，战争结束后才上高中，近20岁才上大学。

志学之年的广中平佑曾三易其志，从诗人到音乐家再到数学家，艺术家的感性浪漫和数学家的理性冷静在广中平佑身上均有体现。初中时，广中平佑喜欢广清虎造的浪花小调①，想成为一名浪曲师；读高中后，受到好友高桥豪（高橋ハウ）的影响，热衷古典音乐，想成为一名音乐家。然而，广中平佑的艺术家梦想于一次镇音乐会破碎，他自认为完美地演奏了肖邦的梦幻曲，却遭到了一位老师的严厉批评：“那简直不能称作音乐，首先，演奏者根本没有使用钢琴踏板”。气愤之余，广中平佑的音乐家志向随之改变，他在自传中写道：从我抛弃音乐家的愿望起，就一心热衷于数学。（[3]，p.30）

广中平佑在立志研究数学的道路上受到了多人物、多环境、多因素的共同影响，在攀登数学高峰的途中自勉与机遇并存。首先是他的

①浪曲是一种始于日本明治早期的表演艺术，是一种讲故事的艺术，它使用三味线作为伴奏，以独特的诗句和叙述来推进故事。其中，浪花小调是三弦伴奏的日本民间演唱的一种民谣，类似于我国的鼓词。

叔父南本严（ナンベンギョン），广中平佑从小在叔父那里学到了不少十分有趣的数学和物理知识，这令广中平佑十分着迷；而后叔父英年早逝，其在数学研究方面的未竟之愿为广中平佑埋下了数学的种子；其次是他的中学数学教师丹吉特（タンジェント）先生，在这位数学老师的课堂上，广中平佑深刻领悟到数学解题思路的重要性，也前所未有的发现数学是“白色”①的，此时广中平佑心中的数学种子已悄悄萌芽。1950年，广中平佑为追随第一个获得诺贝尔物理学奖、在京都大学执教的汤川秀树（湯川秀樹）博士，考取了京都大学理学部。硕士期间广中平佑在秋月康夫（あきづき やすお）开设的物理讨论班中，被物理中数学性最强的理论——相对论所吸引；最后在同时学习物理和数学的过程中，他坚定地选择了数学。广中平佑像一个免不了走弯路的普通人，而这并非是“浪费青春”，用他自己的话说，“人学过的东西或为学习付出的努力，总有一天会以某种方式回报给自己”。（[3]，p.36）

由于出身贫寒，广中平佑在京都大学读本科和硕士期间，住在仅有三张榻榻米大小的屋子里，把一个盛橘子的空箱子当成书桌，下面再垫一些书作为支撑，铺的褥子和盖的被子全都是没有布面的一层薄薄的棉絮。穷且益坚，拮据生活不坠广中平佑青云之志，广中平佑徜徉在充满知识、思辨和创新的研究环境同时，被“伯乐”扎里斯基发现了他身上难能可贵的宽阔视野和研究潜力，从此打开了哈佛大学代数几何学的大门。

二、潜心笃志岁月中的代数几何学家

20世纪的数学体系如满天星斗，新理论、新概念纷至沓来，数学学科空前发展、数学家人才辈出。代数几何作为数学分支之一，在20世纪的数学进展中占据了绝对核心的位置，层现迭出的思想创新及理论的抽象化是这个时代的数学特征。[4] 从30年代到50年代中期，众多数学家前赴后继地构建代数几何理论。扎里斯基首先从双有理变换的方面奠定了代数几何的基础。随后，安德烈·韦伊（A. Weil）利用抽象代数的方法建立了抽象域上的代数几何理论。塞尔（J. P. Serre）接着将代数簇的理论建立在层的概念上，建立了凝聚层的上同调理论。1957年广中平佑在哈佛大学读博深造，专攻代数几何领域，师从数学大师扎里斯基。博士期间，扎里斯基每年都会邀请格罗滕迪克来哈佛做演讲，台下向来座无虚席，广中平佑亦是其中一员。

奇点解消问题的研究旷日费时，需要大量的研究基础作为理论支撑，在此过程中，广中平佑不仅创造性地解决了特征零域上代数簇的奇点解消问题，还创新性地推动了代数几何体系的建构。广中平佑在《数学年刊》（*Annals of Mathematics*）共发表4篇文章。最经典的当属1964年发表的“特征零域上代数簇的奇点解消”（Resolution of Singularities of an Algebraic Variety over a Field of Characteristic Zero），文中他采用非构造性的证明方法完成了n维代数簇上的奇点解消。[5] 在“Kahlerian复结构的non-Kahlerian复解析形变构造示例”（An Example of a Non-Kahlerian Complex-analytic Deformation of Kahlerian Complex Structures）中，他运用纯代数几何方法构造了一个非奇异的紧复代数簇的单参数族，其特殊纤维是非*Kähler*的，其他纤维是*Kähler*的。[6]

广中平佑曾以日本著名俳句诗人小林一茶（HejIss'sa）为笔名在“关于Stein簇的亚纯函数域”（On The Meromorphic Function Field Of a Stein Variety）一文中证明：两个非紧连通黎曼曲面共形等价当且仅当它们的亚纯函数域同构。[7] 在正特征上代数簇奇点解消研究方面，广中平佑在“与射影空间点相关的加群”（Additive Groups Associated with Points of a Projective Space）中提出了特征$p\neq0$的域k上向量群的某些子群概形，现如今被称为Hironaka加群概形。[8]

1957年，广中平佑发表了第一篇论文“论

① “数学的白色”是指在每个阶段都能体会到视野突然开阔的想法。

代数曲线的算术亏格和有效亏格”（On the Arithmetic Genera and the Effective Genera of Algebraic Curves），论述了如何计算代数曲线的算术亏格和有效亏格，使用Poincaré-Hopf定理来计算曲线上的零点数，并研究了曲线上的Gauss-Bonnet公式。[9]紧接着，他在“基环上代数几何的一个注记：特殊化过程下希尔伯特特征函数的不变性”（A Note on Algebraic Geometry over Ground Rings: The Invariance of Hilbert Characteristic Functions Under the Specialization Process）一文中，通过研究代数射影簇和代数概形在一般环上的性质，探讨了在环的特殊化过程中希尔伯特特征函数的不变性。这一成果为后人研究代数几何对象在特殊环境下的性质打下了坚实理论基础。[10]1960年，他在“Krull-Seidenberg定理在有限型参数化代数上的推广”（A Generalized Theorem of Krull-Seidenberg on Parameterized Algebras of Finite Type）中，推广了Krull-Seidenberg定理，证明了在更一般的环上，含有参数的代数扩张仍然满足一定的性质，如Noether正规化引理。

从1964年至1976年的12年间，广中平佑的代数几何研究如日中天，据不完全统计，该时期内他发表高质量论文19篇，发行著作5本。1967年他将特征多面体$\Delta(f;x)$的定义推广到了正规概形Z中任意概形X的情况，在任意优良曲面（arbitraty excellent surface）的奇点解消中起到重要作用。同年，广中平佑在“关于奇点的特征τ^*和υ^*”（On the Characters τ^* and υ^* of Singularities ）中提出了一个定理，该定理在使用二次变换和容许的幺变换(premissible monoidal transformations）证明任意二维优良概形（excellent schemes）的奇点解消研究方面发挥重要作用。1968年，他证明了在n维非奇异射影簇上，每个维数$d\leq\min(3,(n-1)/2)$的代数闭链，它们都与X的非奇异子簇的线性组合有理等价。同年，他在“关于若干形式嵌入”（On Some Formal Imbeddings）一文中证明：若X是一个代数闭域上的非奇异不可约代数概形，且$dimX\leq2$，X嵌入到射影空间P中，P沿X完备化得到形式概形$\hat{P}$，则$\hat{P}$上的“形式有理”函数域与P上的有理函数域是相同的；该证明结果的意义是：若$k=C$（复数域），则对于P中X在常规度量拓扑意义下的任何连通开邻域U，U上的每个亚纯函数都延拓到整个P上的有理函数。[11]20世纪60年代末，扎里斯基发展了等奇异理论（Theory of equisingularity），其中一个问题是理解Zariski等奇点和惠特尼条件（Whitney condition）之间的关系，广中平佑运用他自己关于正规平坦性观点的几何解释，给出了一个类似的正规伪平坦性，并证明了沿一个分层的惠特尼条件意味着沿着该分层的正规伪平坦性；而在复解析的情况下，正规伪平坦性意味着等重性，因此惠特尼条件意味着等重性。[12]1973年，在双亚纯几何领域，广中平佑定义了Zariski-Riemann流形的复解析类似物，即*Voûte étoilée*，这一对象可以发挥与Zariski-Riemann流形相同的作用，在局部平坦定理的证明中至关重要。1975年，广中平佑研究了复解析几何中的平坦化定理。这个定理探讨了如何通过一系列平坦变换将复解析空间中的曲面“拉平”，从而简化对奇点附近曲面性质的研究。

三、撬动亘古通今难题的奇点解消名宿

广中平佑并非第一个研究消除n维代数簇上奇点解消的数学家，但却是第一个为“零特征域上任意维数的奇点解消”这一研究画上圆满句号的先锋，这项不世之功将广中平佑推向了研究巅峰。

1. 滥觞所出，问题源起

代数几何的整个历史都与奇点解消问题丝丝相扣。代数几何的史前史可追溯到公元前400年的古希腊时期，在没有直角坐标系的情况下，阿波罗尼奥斯（Apollonius）详尽研究并发现了圆锥曲线的很多性质，梅内克缪斯（Menaechmus）则发现圆锥曲线可由平面与圆锥相交而得；17–18世纪，费马（P. de Fermat）证明了所有非退化的二次曲线都是圆锥曲线，牛顿和欧拉分别对三次平面曲线和二次曲面进行初步分类，此时人们对最简单的代数曲线和曲面的奇点现象初窥堂奥。[13]19世纪后半叶，

数学桂冠黎曼（G. F. B.Riemann）在研究复变函数的阿贝尔积分理论时，开创了内蕴的黎曼面概念和代数函数理论，发现了流形中的不变量——亏格，拓扑学自此开始。[14]

黎曼总是假设无奇点曲线，而奇点的客观存在使得后人试图将黎曼的发现置于一个可以解释且正确的基础上，因此出现了代数几何学派林立却孤立的情况，这一时期的代数几何发展与混沌并存。以克罗内克（L. Kronecker）、戴德金（J. W. R. Dedekind）和韦伯（H. M. Weber）为代表的代数学派受数论启发，各类新概念（如理想、赋值和除子）接踵而来；与此同时，以诺特（M. Noether）为代表的几何学派继续从射影几何的角度研究复代数曲线及复代数簇，发现了用"爆破"（Blow up）来完成平面曲线奇点解消的基本方法。[13]

19世纪末20世纪初，以皮卡（E. Picard）和庞加莱（H. Poincaré）为代表"分析学派"试图将复代数曲线（即黎曼面）的理论推广到复代数曲面上，这标志着代数几何进入新一历史阶段。其中，代数曲面的最重要贡献来自于罗马大学（Sapienza Università di Roma），以卡斯泰尔诺沃（G. Castelnuovo）、恩里奎斯（F. Enriques）和塞维利（F. Severi）为主要代表的意大利学派，他们创造了复代数曲面的深刻理论（如奇点解消、参模、拓扑方法等），但因其研究方法直观依赖性强，逻辑基础不稳、严密性不足，严重阻碍了代数几何发展。[13]在罗马大学取得博士学位的扎里斯基毕业后，回到美国的第一件事是编撰"代数曲面"（Algebraic surfaces），书中他用严谨的数学方法完善了意大利学派的代数几何证明；当扎里斯基分析复代数曲面奇点解消的四种证明过程时，始终无法参透其中的原理，这一疑惑促使扎里斯基叩响了复代数曲面奇点解消的大门。

2. 渊薮荟萃，灿若繁星

古典情形下第一个证明奇点解消的是沃克（R. J. Walker）；其代数证明由扎里斯基在特征为零的假设下完成，扎里斯基首先证明了积分闭合的代数概念，当代数簇 $dimX=1$ 时，解消任意特征的代数曲线奇点都是有可能的；$dimX=2$ 时，可以通过交替使用正规化（Normalisation）和以点为中心的二次变换（Quadratic transformation）来消去奇点。随后扎里斯基又解决了特征为零时三维代数簇奇点解消问题，这一成果使得正特征情形下仍需要完成的工作变得清晰透明；扎里斯基在哈佛大学的第一个学生阿比扬卡（S. S. Abhyankar），他通过证明估值环的局部均匀化定理，证明正特征域上的曲面奇点解消，随后又证明了三维情形下特征 $p>5$ 上情形的奇点解消。

广中平佑在苦心孤诣研究奇点解消问题的12年后，于1964年完成了篇幅长达218页的"特征零域上代数簇的奇点解消"（Resolution of Singularities of an Algebraic Variety over a Field of Characteristic Zero），文章中他穷理尽微地证明了特征零下任意维数的奇点解消。[15]他引入的几何和交换代数思想仍然是当下完成零特征奇点解消的基础。该研究以"从解消代数簇的奇点到解消理想层的奇点"这一深刻转变为出发点，以"爆破正规簇 Y 的正规子簇 X"为关键工具[16]；在适当的坐标系下，通过一系列"爆破①"将任意理想层转化为"局部单项层（Locally monomial sheaf）"；这一方法的核心是选择适当的"爆破"中心，借助维数归纳法（Induction on the dimension）沿正规子簇反复爆破即解决了奇点问题。如图1所示范例：有奇点的平面曲线为 $y^2-x^2(x+1)=0$，令 $y=xt$，带入原表达式得 $x^2(t^2-x-1)=0$，沿 $x=0$ 的分量展开得到三维无奇点曲线 $t^2-x-1=0$。[17]著名的广中定理正出自此文，即：设 X 是零特征域 k 上的代数簇，它双有理等价于非奇异代数簇。这一定理提出后，1970年格罗腾迪克（A. Grothendieck）评价说："广中定理并非是一个柏拉图式的结果，在研究代数簇（目前是零特征）时，它是我们所拥有的最强大的工具。"[18]

3. 影响深远，跨越时代

格罗莫夫（M. Gromov）评价他的奇点研

①爆破是一种几何变换，它将给定空间的子空间替换为指向该子空间的所有切线方向。

究成果是“世界上最难得到的证明之一，至今仍无人能望其项背”。[19]现代代数几何的一代宗师永田雅宜（ながた まさよし）基于代数几何学的发展历程评价：“广中平佑的成果是非常有价值的。因为一般来说，在代数几何的各种理论中，有一些理论在没有奇点时效果很好，但在有奇点时效果不好，而广中平佑的成果解决了这一问题。”[20]

广中平佑的证明规模宏大，彰显了他非凡的知识广度和娴熟的代数技巧。从那时起，奇点解消成为一个不寻常的课题，不少研究人员的目的是更深入地理解广中平佑的证明，而不是寻找新的定理，以求能够完成正特征情形下的奇点解消。[21]由此涌现了一批杰出英才。

1997年比尔斯通（E. Bierstone）和米尔曼（P. D. Milman）评价广中平佑的结果是高度非构造性的，是数学中最长、最难的证明之一，只有少数数学家完全理解它。因此，他们以一种构造性的方法简化了广中平佑的证明过程，并对定理中不完善的部分（如“规范性”）进行了补充论证。1998年恩西纳斯（S. Encinas）和维拉马约尔（O. E. Villamayor）利用Abhyankar优点理论（Good point theory）中的不变量，提出了一种解消特征零域上的奇点的新算法，并且证明了构造性奇点解消的新性质。2007年，亚诺什（K. János）在“奇点解消讲义”（Lectures on Resolution of Singularities）中给出了解消曲线奇点的13种方法和解消曲面奇点的3种方法，他说：“在广中平佑证明零特征下任意维数的奇点解消后的40年中，一小群数学家已经将证明的长度简化到广中平佑证明过程的十分之一，简单到可以在研究所的课程导论中给出。”（[21]，p.2）2011年，豪瑟（H. Hauser）和希乔（J. Schicho）依据广中平佑的思想、方法和证明过程提出了40个难度各异、富有挑战性的问题。在奇点理论和奇点解消方面卓有成就的俄罗斯数学家斯皮瓦科夫斯基（M. Spivakovsky）博士毕业于哈佛大学、师从广中平佑，他引入了“三明治奇点”（Sandwiched Singularities），并通过归一化纳什变换证明了它们的可解消性，于1994年获得考克斯特–詹姆斯奖（Coxeter-James）奖。

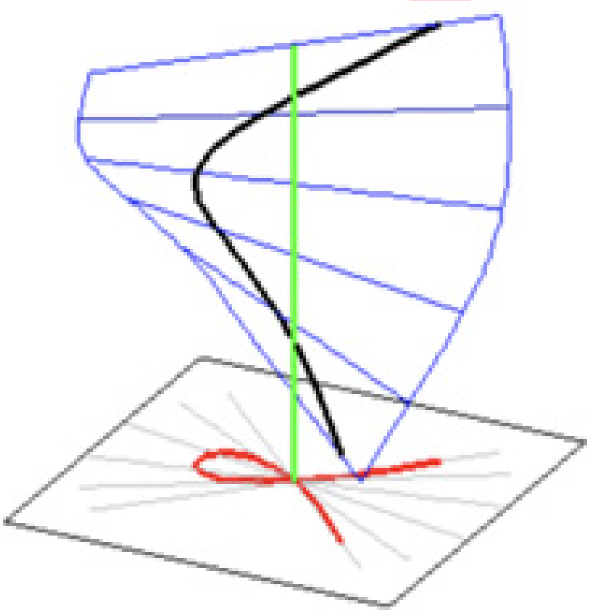

图1 “爆破”消除奇点范例

广中之名，蜚声海外。2011年在西班牙巴利亚多利德（Tordesillas）举行的庆祝广中平佑80岁诞辰大会上，阿罗卡（J. M. Aroca）称广中平佑是20世纪最伟大的数学家之一，在广中平佑的影响下，西班牙几乎所有大学都有活跃的奇点团队。[22]

四、重视国际交流、诱掖后进的教育家

身处数学研究巅峰时期的广中平佑十分关注科学人才培养与数学教育研究。广中平佑伯乐相马，设立基金会支持人才研讨，同时借书传道，寓教育思想和数学思想于其中。

1. 设基金会扶持人才研讨

（1）启动日本数学科学家教育项目

广中平佑于1980年牵头成立了日本数学科学家教育项目，旨在培养出有创造力的数学科学家，使之成为21世纪的国际数学引领者。有才学的青年借此项目得以走出国门，在国际学术舞台上一展所长，他们进入到哈佛大学、普林斯顿大学、罗格斯大学、耶鲁大学等知名学府，研究学习数学、统计、计算机科学、数学经济学等领域，相当多的学者学成归来后就职于日本或海外大学。广中平佑培养的研究生许埈珥于2022年荣获菲尔兹奖，他是获得该奖项

的韩藉美裔第一人。经广中平佑培养的人才活跃在数学前沿，将识才、育才、惜才、爱才的大师风范薪火相传。

（2）筹备数理之翼（Suuri no Tsubasa）研讨会

广中平佑不仅注重为新生代数学科学家提供研究交流的场所，还留心从高中和大学选拔有理想、有天赋的数学人才后备军。自1980年以来，广中平佑每年都会举行为期一周“Suuri no Tsubasa”夏季研讨会，每期有大约50名来自日本各地的高中和大学的年轻学生被邀请参会；讲座由知名科学家主持，其中不乏数学、物理等自然科学领域的诺贝尔奖得主。2022年8月7–11日，第42届“Suuri no Tsubasa”在日本广岛郊区召开，会议邀请了广岛大学医学院的石田真纪子（石田誠子）、广岛大学生命科学研究院的泉俊輔（泉俊輔）和东京大学数学科学研究院的笹田真纪子（佐々田槙子）等学者。[23]研讨会上，学者的讨论话题聚焦于学科研究的最热点和最前沿。这虽是广中平佑为日本数学教育迈出的一小步，但却是日本数学接轨世界的一大步。

（3）开办日本数学科学协会

20世纪80年代正逢日本进入“国际化”的初期阶段，日本开始吸纳外国科技人才，很大程度上受到了美国的影响。[24]由于早年在美学习经历，广中平佑的教育实践和教育思想具有明显的日美融合特点，他认为：“美国以人才输送为主，日本以研究成果输送为主。日本人要充分利用这个条件，到美国一边学习一边生活，将日本的优势弘扬出去，吸纳美国的优势回国，今后日本将能处于这样一个互相贡献又互相交流的时代”。（[3]，p.122）1984年，广中平佑创立了日本数学科学协会（Japan Association for Mathematical Sciences, JAMS），其目的是通过资助国际学术交流来促进数学科学的发展。从1984年到2006年，JAMS共颁发了超过1亿日元的研究基金、研究奖学金和奖学金基金，这些奖学金用于资助日本学生在海外取得博士学位，以及派遣日本学者出国留学和邀请海外研究人员演讲。

广中平佑认为研讨会是一种极具思维的碰撞性与创造性的活动，大家讨论一些想法，即使这些想法具有可变性和不成熟性，但想法的改变将会是研讨会最有趣和最令人愉快的事情。在广中平佑等数学教育家的带领下，日本开创了一条既存续自我传统又融合先进科学精神的独特发展道路。

理想付诸于实践，成果见之于发展，星星之火可以燎原，广中平佑带着有教无类的大师情怀和宽广的国际胸襟，推动后世数学人才走向国际数学舞台。

2. 著书立说，开启创造之门

1970年后，年近50岁的广中平佑著述立作，深入剖析基础数学教育存在的问题和学习数学的方法。他从文化层面论辩日美教育差异，由浅及深、由表及里地阐释初等数学中的“规定”性问题。据不完全统计，从1960年起至今，广中平佑共出版著作37部。

在众多作品中，最广为人知的当属1982年所著的《学問の発見》，在该书中，他以诗人般的个性与激情回忆青年往事，以科学家般的理性和严谨讲述如何在生活中创造。《学問の発見》一经出版收获众多好评，后经多次改版修订，1991年8月被译为《创造之门》在我国出版。

“只有有所创造的人生，才是有意义的人生”。（[3]，p.6）这是广中平佑最喜欢对年轻人讲的一句话。提到创造一词，人们似乎不可避免地认为只有在某一领域做出旷世的成果才可被冠为创造。而广中平佑所讲的创造更像是完成一件寻常事，只要在此过程中，能够发现自己以前从未注意到的天赋、进而重新发现自己，便称这样的活动为创造。已经颇有建树的他并没有自诩天才以居高临下的视角讲述如何创造，相反，他说“创造前应该谈学习，学习是创造的必要条件。”（[3]，p.6）

拥有一颗质朴的心是创造的基础。（[3]，p.56）质朴的心是指一个人无论在籍籍无名时、还是小有成就时都能沉下心来做事情。广中平佑在研究“无穷级数定义的数能否用有穷级数有效表示”的问题时，历时半年，他以一种极

有效的方法证明了低维情形，受邀在哈佛大学的讨论班上进行汇报，麻省理工学院的一位教授对当时广中平佑的成果拍案叫绝，并附以对数学家的最高赞美之词“太美了”。收获前辈的赞誉后，他用了两年的时间决心解决n维的一般情形，正当研究遇到“该理论似乎不能一般化”的瓶颈时，意外得知德国的一位年轻学者使用了魏尔斯特拉斯定理成功解决了n维的一般情形，而广中平佑意识到自己还曾使用这个定理成功解决了问题，只因当时教授的一时称赞沾沾自喜，固执已见导致思维受到局限。

五、秉持“思考”核心，鼓励提出问题的治学大师

1. 思考是数学学习的核心

数学家最应重视的就是思想。（[3]，p.32）广中平佑认为对于难啃的“硬骨头”应当长期思考，思考遇到问题时应勇于发问，以问题是否解决、是否有所收获作为提问的价值判断标准。

广中平佑的数学老师丹吉特尤其强调思考在数学学习中的地位，他反对死记硬背解题方法，重视解题过程和思想。这一思想使青年时期的广中平佑发蒙解缚，深刻认识到思考的重要性。他曾因答案错误但抓住了解题思路的关键在丹吉特老师那里获得满分而备受鼓舞。不论是从母亲那里学到“思考本身是有价值的”的观点，还是从藤本君那里学到“深刻思考”的能力，其影响都贯穿了广中平佑的一生。发名成业后，他一语中的地指出当下日本的中等教育缺乏培养学生长期思考的环境，学生更多学到的是及时思考，而这一弊病不利于学生在数学方面获得长足的发展。

对于数学的学习，广中平佑提倡课上要多听多问用耳朵学，课下要重质轻量多动手算、解题要持续思考抓关键点，他有关解题思维训练的思想也闪耀着波利亚（G. Polya）“四步解题法”的光辉。广中平佑指出数学学习包括“技术练习”和“培养思考方法”两个方面。[25]在培养思考方法方面，遇到解不开的问题，要明确要求是什么、条件是什么、目标是什么，从假设开始到验证结束都要明确清楚地知道每一步骤指向的目的，切忌盲目解题。在数学学习中掌握的思考态度比记忆数学公式和语言更为重要，记忆会消失，但思考的态度一旦养成会永久保留。

2. 思考孕育问题，问题促进思考

通过思考，既能得到问题的答案，也会产生新的问题。学生提问题的能力与理解度成正比。（[3]，p.200）观察一个人是否有发展前途的关键特征是“知道自己现在懂了什么，还不懂什么”。20世纪80年代以来，有关问题提出的研究如火如荼，在日本的数学课堂中经常出现“假问题”，学生提出问题的目的并非寻求解答，是为了获得老师的称赞“这是非常好的问题”，而实际上学生对该问题持不求甚解的态度，比起期待得到解答，他们更愿意听到赞美。（[25]，p.129）学生将教师无法回答的问题视为是有含金量的，而教师将学生课堂上关于“为什么”的提问视为故意刁难自己的。在这样的恶性循环中，学生提问的数量减少、提问质量下降，教师的课堂变成了无人问津、失去活力的寂寥之地。

结　　语

广中平佑早年的教育见解已颇有前瞻性，在21世纪的今天仍可找到原型。首先，他认为学者应以自己的研究领域为出发点，同时观察其他学科、经济形势和社会现象等，并在此基础上创造新东西。从中可以窥见跨学科学习思想的雏形，他认为每个研究领域的学者都不应固步自封，积极学习其他学科领域的知识技能。其次，广中平佑鞭辟入里地指出：“教育中产生掉队现象的元凶是一元化优劣评价观和盛行的平均主义”。（[3]，p.206）广中平佑极力倡导关注孩子的个性，针对儿童的个性制定教育计划，让有潜能的人尽早到有潜能的领域去发展。最后，在家庭教育逐渐成为教育闭环中关键一环的今天，广中平佑有关儿童幼年教育的见解也值得广大家庭教育工作者借鉴：适当

为孩子培养“弃石①”，培养孩子的抗挫折能力；凡是发生必有利于我，锻炼孩子的伸缩性和冗余度；耐心回答孩子提出的问题或带领孩子寻找答案，培养孩子格物致知的学习态度；鼓励问题提出。诸如此类的教育观念在广中平佑的著作中均有体现，他的家庭教育思想与当下盛行的教育观念并行不悖，在提升“学力②”、发展德育方面大有裨益。

[参考文献]

[1] 徐泽林. 民族主义与东亚数学编史问题[J]. 自然科学史研究, 2007,(1): 12–29.

[2] 高娃. 日本战后中学数学教育发展[D]. 呼和浩特: 内蒙古师范大学, 2007.

[3] 广中平祐. 创造之门[M]. 郭友中、高明芝 译, 北京: 中国华侨出版公司, 1991.

[4] 沈楠、徐飞. 虚空中的孤独旅者——伟大的数学家格罗腾迪克[J]. 自然辩证法通讯, 2017, 39 (5): 1151–1157.

[5] Pragacz, P. *Contributions To Algebraic Geometry: Impanga Lecture Notes (Vol.6)*[M]. Helsinki, Finland: European Mathematical Society, 2012, 7.

[6] Hironaka, H. 'An Example of A Non-Kahlerian Complex-Analytic Deformation of Kahlerian Complex Structures'[J]. *Annals of Mathematics*, 1962, 75(1): 190–208.

[7] Hej Iss'Sa. 'On The Meromorphic Function Field of a Stein Variety'[J]. *Annals of Mathematics*, 1966, 83(1) 34–46.

[8] Hironaka, H. 'Additive Groups Associated with Points of aProjective Space'[J]. *Annals of Mathematics*, 1970, 92(2): 327–334.

[9] Hironaka, H. 'On The Arithmetic Genera and The Effective Genera of Algebraic Curves'[J]. *Memoirs of The College of Science,University of Kyoto. Series A: Mathematics*, 1957, 30(2): 177–195.

[10] Hironaka, H. 'A Note on Algebraic Geometry over Ground Rings: The Invariance of Hilbert Characteristic Functions Under The Specialization Process'[J]. *Illinois Journal of Mathematics*, 1958, 2(3): 355–366.

[11] Hironaka, H. 'On Some Formal Imbeddings'[J]. *Illinois Journal of Mathematics*, 12(4): 587–602.

[12] Hironaka, H. 'Normal Cones in Analytic Whitney Stratifications'[J]. *Publications Mathématiques De L'Ihés*, 1969, 36: 127–138.

[13] 陈跃. 从圆锥曲线到格罗滕迪克的概形——代数几何的演进之路[J]. 数学文化, 2015, 6 (3): 35–47.

[14] 陈跃. 为什么研究代数几何——读扎里斯基的传记The Unreal Life of Oscar Zariski[J]. 数学文化, 2013, 4 (4): 100–105.

[15] Hironaka, H. 'Resolution of Singularities of an Algebraic Variety over A Field of Characteristic Zero'[J]. *Annals of Mathematics*, 1964, 79(2): 109–326.

[16] Abramovich, D. 'Resolution of Singularities of Complex Algebraic Varieties And Their Families'[A], *Resolution of Singularities of Complex Algebraic Varieties and Their Families*[C], Singapore: World Scientific Publishing Compan, 2018, 523–546.

[17] Bérczi, G., Fan, H., Zeng, M. 'An ML Approach to Resolution of Singularities'[A], *Topological, Algebraic and Geometric Learning Workshops 2023*[C], New York: PMLR, 2023, 469–487.

[18] Grothendieck, A. 'Travaux De Heisouké Hironaka Sur La Résolution Des Singularités'[J]. *Actes Congres International Math*, 1970, 1: 7–9.

[19] 广中平佑. 数学与创造: 广中平佑自传[M]. 逸宁 译, 北京: 人民邮电出版社, 2023.

[20] 永田雅宜. 広中平祐氏の業績[J]. 数学, 1968, 20 (2): 126.

[21] Kollár, J. *Lectures on Resolution of Singularities*[M]. Princeton: Princeton University Press, 2007, 117.

[22] Aroca, J. M., Cano, J. 'Singularities: Presentation'[J]. *Revista De La Real Academia De Ciencias Exactas, Fisicas Y Naturales. Serie A. Matematicas*, 2013, 107(1): 1–4.

[23] 数理の翼. 開催概要[EB/OL]. https://Seminar.Npo-Tsubasa.Jp/42/Index.html. 2022–08–11.

[24] 乌云其其格、袁江洋. 日本科技人才政策的国际化转向[J]. 自然辩证法通讯, 2009, 31 (3): 59–66; 111–112.

[25] 広中平祐. 広中平祐の数学教室ー誰でも数学が好きになれる[M]. 东京: サンケイ出版, 1980.

[责任编辑　王大明　柯遵科]

① “弃石”例如: 参与钢琴比赛未获奖、幼年学习某一乐器未坚持的经历。
②指学习能力，当遇到新的问题，有必要学习相关知识时，如何能快速正确地掌握并应用，这种能力才称得上是真正的学力。