

• 人物评传 •

海曼·巴斯：代数 K -理论的奠基人

Hyman Bass: The Founder of Algebraic K -Theory

王勇兵 /WANG Yongbing^{1,2} 王淑红 /WANG Shuhong¹

(1. 河北师范大学数学科学学院, 河北石家庄, 050024; 2. 河北师范大学附属民族学院, 河北石家庄, 050091)

(1. School of Mathematical Sciences, Hebei Normal University, Shijiazhuang, Hebei, 050024;

2. College of Nationality, Hebei Normal University, Shijiazhuang, Hebei, 050091)

摘要: 海曼·巴斯是20世纪美国著名数学家和数学教育家, 2006年美国国家科学奖获得者。巴斯在代数 K -理论、数论、群论、代数几何学领域作出了重要贡献, 建立了代数 K -理论这一数学分支。巴斯担任了美国数学会主席和国际数学教育委员会主席, 对数学与数学教育的发展产生了深远影响。此外, 巴斯及弟子与中国学者也有密切的学术联系, 间接推动了中国现代数学的发展。

关键词: 海曼·巴斯 代数 K -理论 数学教育 美国数学会

Abstract: Hyman Bass was a prominent mathematician and mathematics educator in America in the 20th century, and the recipient of the National Medal of Science in 2006. Bass made significant contributions to algebraic K -theory, number theory, group theory and algebraic geometry, and founded the branch of algebraic K -theory. He served as president of the American Mathematical Society and the International Commission on Mathematical Instruction, and had a profound impact on the development of mathematics and mathematics education. In addition, Bass and his disciples also maintained close academic connections with Chinese mathematicians, thereby indirectly contributing to the development of modern mathematics in China.

Key Words: Hyman Bass; Algebraic K -theory; Mathematical education; American Mathematical Society

中图分类号: K825; O15 DOI: 10.15994/j.1000-0763.2025.10.013 CSTR: 32281.14.jdn.2025.10.013



海曼·巴斯

20世纪前后, 约翰·霍普金斯大学、美国数学会、芝加哥大学、普林斯顿高等研究院相继成立, 数学在美国受到很大关注和重视。随着第二次世界大战的爆发, 大批欧洲数学家移民至美

国, 美国逐渐成为世界数学中心。以普林斯顿高等研究院等研究机构和大学为依托, 美国不断吸引世界各地数学人才, 使得美国数学日益强大。

实际上, 美国数学的崛起离不开一代代数学家们的努力。第一代主要以穆尔(E. Moore)和迪克森(L. Dickson)等为代表; 第二代

基金项目: 国家自然科学基金资助项目“代数几何及其相关领域的历史研究”(项目编号: 12271138); 河北师范大学数学科学学院创新基金资助项目(项目编号: xycxzz2023001)。

收稿日期: 2024年5月14日; **返修日期:** 2025年7月24日

作者简介: 王勇兵(1981-)男, 湖北黄冈人, 河北师范大学数学科学学院博士研究生, 河北师范大学附属民族学院副教授, 研究方向为近现代数学史。Email: wangyb@hebtu.edu.cn

王淑红(1976-)女, 河北黄骅人, 河北师范大学数学科学学院教授, 研究方向为代数学及近现代数学史。

Email: zyfwsh@sina.com

主要以维布伦(O. Veblen)和伯克霍夫(G. Birkhoff)等为代表;第三代主要以斯通(M. Stone)、卡普兰斯基(I. Kaplansky)等为代表。海曼·巴斯(Hyman Bass)是卡普兰斯基最得意的门生,^[1]也是美国第四代具有代表性的数学家之一,他在数学和数学教育方面作出了开创性贡献。

2007年7月18日,美国总统布什宣布将2006年度美国国家科学奖授予巴斯,以表彰“他对纯数学的重要贡献,尤其是代数 K -理论的创立,他对数学教育的巨大影响以及对数学研究和教育界所作的杰出服务,他的独特天赋对半个世纪数学的发展产生了深远影响。”^[2]由此可见,巴斯在数学、数学教育及社会服务方面取得了卓越的成就,具有非凡的影响力。巴斯创立代数 K -理论这一新理论更是受到布什的特别强调。代数 K -理论是一种研究代数类群的理论体系,本质上是线性代数和同调代数的推广和深化,在代数几何学、代数数论、代数拓扑学及算子代数等核心数学领域都扮演着至关重要的角色,已有多位数学家因在代数 K -理论方面所作出的杰出贡献而荣膺菲尔兹奖。

巴斯还培养了一大批像林节玄、库库(A. Kuku)、巴克(A. Bak)等国际知名数学家,再加上他领导过美国数学会和国际数学教育委员会,这使得他的人生异常丰富而光彩夺目。我们将通过有关巴斯的论著、访谈等文献材料,系统分析巴斯的人生经历、学术贡献、教育影响和社会服务,以期人们从中受到启发和教益,并借此推进代数 K -理论的历史研究。

一、书写非凡人生

科学家的成长离不开家庭和学校环境的影响,他们的人生经历和科学家精神就是一部生动有趣的科学史。巴斯出生于美国一个普通的移民家庭,受家庭的影响及普林斯顿大学和芝加哥大学的学术熏陶,逐渐成为20世纪美国著名的数学家和数学教育家,他非凡的人生经历值得我们细品和回味。

1. 家庭的影响

1932年10月5日,巴斯出生于得克萨斯州休斯敦市。受启蒙思想的影响,从19世纪中叶开始,立陶宛等东欧国家开始出现大量人员移民至美国,巴斯的父母就是从立陶宛到美国的移民。巴斯在八个孩子的大家庭中排行第七,他有四个姐姐,两个哥哥,一个弟弟。童年时期,巴斯对家庭所讨论的国内外政治事件耳濡目染,但对他影响更大的是第二次世界大战。随着以德日为代表的新兴资本主义和以英美为代表的老牌资本主义矛盾的白热化,1939年9月第二次世界大战爆发。1941年12月,日本轰炸美国珍珠港引发太平洋战争,此时巴斯年仅9岁。第二次世界大战给巴斯幼小的心灵打下了深刻的烙印,彻底改变了巴斯这一代人的生活 and 命运。

巴斯的哥哥和姐姐在休斯敦高中主修过约翰逊的历史课,后来约翰逊成为美国第36任总统。深受约翰逊历史课的影响,他们兄弟姐妹有四人任职于军队系统。姐姐玛德琳是诺曼底登陆行动的妇女军团首批先遣队成员,另一个姐姐希尔瓦在华盛顿国防部工作。两个哥哥均在海军服役,哥哥莱昂在太平洋舰队担任电报员,另一个哥哥曼纽尔参加了V-12海军军官培训项目,该项目是为了补充第二次世界大战期间美国海军服役军官而设计,包括很多工程与技术培训。曼纽尔每次从部队回家,都会很兴奋地跟巴斯谈论他正在培训的科学课程。正是这些对话首先唤醒了巴斯对科学的意识和兴趣,曼纽尔的理性启蒙为巴斯播下科学的种子。1945年,第二次世界大战结束,哥哥莱昂和曼纽尔结束军队服役,就读加州理工学院,巴斯也随父母从休斯顿一起搬到洛杉矶。

2. 普林斯顿的大学时光

虽然对科学感兴趣,但是巴斯想学一个文科专业,并征询了哥哥曼纽尔的意见。曼纽尔发现巴斯在科学方面有很好的天赋,建议他去普林斯顿大学学习物理。1951年,巴斯通过勤奋学习、刻苦钻研,拿到了普林斯顿大学全额奖学金,开始了他的大学求学生涯。

普林斯顿大学是美国八大“常春藤”盟校之一,也是巴斯走向数学家职业生涯的发源地。

该校的数学学习环境非常好。巴斯的任课教师都是著名的数学家，比如阿廷（E. Artin）、斯廷罗德（N. Steenrod）、米尔诺（J. Milnor）等；巴斯的同学也很优秀，很多同学后来也成为了美国杰出的数学家。

巴斯原本打算主修物理，但是大一入学开设的微积分荣誉课程彻底改变了他的兴趣。该课程由数学家阿廷讲授，他的研究生兰（S. Lang）和泰特（J. Tate）担任助教。阿廷在教学中特别注重论证分析，巴斯在自己的职业生涯中也一直践行这种做法。他曾这样评价阿廷的微积分课：“这是一门严谨的分析课程，所有定理都得到了证明。阿廷的讲座就像一场演出，让你明白证明的关键、把握新想法和新发现出现的重要时刻。”（[3]，p.3）可见，阿廷的微积分课程对巴斯的影响极大，巴斯正是在阿廷的引领下走上数学研究的道路。

3. 芝加哥的深造岁月

20世纪五十年代末，正是芝加哥大学的鼎盛时期。斯通（M. Stone）接任数学系主任职位后，迅速引进了一批知名的数学家和优秀的研究生，巴斯就是其中之一。芝加哥大学引以为傲的人物有韦伊（A. Weil）、麦克莱恩（S. MacLane）、哈尔莫斯（P. Halmos）、陈省身等，巴斯也遇到了很多优秀的同学，包括后来的沃尔夫奖得主斯坦（E. Stein）及菲尔兹奖得主汤普森（J. Thompson）、科恩（P. Cohen）等。虽然芝加哥大学与普林斯顿大学的风格截然不同，但它的学术氛围也相当浓厚，华人诺贝尔物理学奖得主杨振宁、李政道、崔琦均毕业于该校。

1956年，嘉当（H. Cartan）和艾伦伯格（S. Eilenberg）的著作《同调代数》恰好问世。同调代数是交换代数的重要组成部分，卡普兰斯基就交换代数中的同调方法开设了一系列鼓舞人心的课程，他的讲座引领了包括巴斯在内的一代芝加哥大学师生迈入了一个朝气蓬勃的新领域。美国数学会主席艾森巴德（D. Eisenbud）回忆说：“在芝加哥大学读研究生时，我有机会就去听卡普兰斯基的精彩讲座，讲座的内容来源于他的新著《交换环》，我非常仰

慕他。”^[4]巴斯对卡普兰斯基的授课风格更是印象深刻：“卡普兰斯基始终坚持他的解释性风格，他的目的不是带领我们深入整个森林，而是给我们展示一些雄伟壮观的大树。他会针对几个中心定理，然后用最经济、最直接的方法解析它们之间的内在联系。”（[3]，p.5）

1958年，他在《美国数学会会报》（*Proceedings of the AMS*）发表了第一篇论文“有限一元代数”（Finite Monadic Algebras）。该文对哈尔莫斯提出的一元代数进行了精确描述，表明一元代数与有限正整数集一一对应。因目标明确、阐释合理，写作风格清晰优美，论文获得了卡普兰斯基等知名数学家的赞美。1959年，巴斯对同调维数概念进行了改进，完成博士学位论文“环的整体维数”（Global Dimensions of Rings），顺利从芝加哥大学博士毕业。

巴斯原本想通过申请普林斯顿高等研究院的科研项目来继续学术研究，但艾伦伯格建议他去哥伦比亚大学任教。艾伦伯格是20世纪数学的伟大建筑师之一，他与斯廷罗德、嘉当、麦克莱恩一起创立了同调代数和范畴论，曾两度担任哥伦比亚大学数学系主任。他在芝加哥大学举办的拓扑学会议上认识了巴斯，并与巴斯在学术交流中结下了深厚的友谊。在接触中，巴斯被艾伦伯格超凡的魅力和温暖的幽默感强烈吸引，最终决定加盟哥伦比亚大学。^[5]巴斯对此曾说：“因为优秀的老师一直是我数学灵感的主要来源，我期待教学，所以入职哥伦比亚大学并不是一件难事。”（[3]，p.5）

4. 辉煌的职业生涯

1959年，巴斯正式入职哥伦比亚大学数学系并被聘为里特讲师。巴斯对数学的学习热情和求知欲更加强烈，他参加了很多研究生讨论班，涉及内容广泛，比如兰的数论与代数几何、钱德拉（H. Chandra）的李群和类域论、科尔钦（E. Kolchin）的微分代数、艾伦伯格的范畴论、多尔德（A. Dold）的纤维丛。艾伦伯格当时正担任哥伦比亚大学数学系主任，他给了巴斯很多帮助和支持。巴斯是一个非常重情义的人，他一直将艾伦伯格视为自己的老师和亲

人。艾伦伯格病危前,巴斯一直陪伴在他身边、照顾他。入职哥伦比亚大学前三年,巴斯在《美国数学会汇刊》(*Transactions of the AMS*)和《美国数学会通报》(*Bulletin of the AMS*)等主流数学期刊发表了一系列学术论文,逐渐在美国数学界崭露头角。

1962年,巴斯在美国国家科学基金会资助下赴法国科学院从事博士后研究工作。1963年,他回到哥伦比亚大学并晋升为助理教授。1964-1965年,他担任巴纳德学院院长,该学院是哥伦比亚大学的附属学院。1965年,巴斯因职业早期阶段的杰出成就入选斯隆研究员并晋升为哥伦比亚大学数学教授,1968-1969年担任巴黎高等科学研究所古根海姆研究员,1975-1979年担任哥伦比亚大学数学系主任,1980年当选美国艺术和科学院院士,1982年当选美国科学院院士,1992年被授予阿德尔荣誉教授。

1998年,艾伦伯格因中风去世,巴斯内心无比悲痛。1999年,巴斯放弃哥伦比亚大学教职,来到艾伦伯格最初任教的密歇根大学,被授予罗杰·林登荣誉教授,2002年当选第三世界科学院院士,2008年被授予塞缪尔·艾伦伯格杰出大学教授。如今巴斯已90多岁高龄,但他仍然活跃于数学教育领域,正在研究STEM教育中的“数学与社会公平”问题。

二、奠基代数 K -理论

代数 K -理论是代数学的主流分支,它利用函子将环与一系列的阿贝尔群进行关联,通过研究代数 K 群的结构和性质来刻画环。这些 K 群中最重要的是 K_0 群和 K_1 群, K_0 群是由有限生成投射模范畴中元素的同构类定义的阿贝尔群, K_1 群是环上可逆矩阵在极限情况下的阿贝尔化。巴斯、格罗滕迪克(A. Grothendieck)、米尔诺、奎伦(D. Quillen)、斯万(R. Swan)、塞尔(J. Serre)等众多数学家均对代数 K -理论的建立和发展作出了重要贡献,巴斯的奠基性工作尤为突出。巴斯创建代数 K -理论的动因是什么?他对代数 K -理论的贡献是什么?他的代

数 K -理论工作产生了怎样的影响?下面我们对这些问题进行探讨。

1. 在研究著名的“塞尔猜想”中萌生代数 K -理论思想

“塞尔猜想”是巴斯研究代数 K -理论的起点。1955年,塞尔在经典论文“凝聚代数层”(FAC)中建立了仿射簇上的代数向量丛与有限生成投射模之间的等价,提出了著名的“塞尔猜想”,即多项式代数上任何有限生成投射模一定是自由模。^[6]塞尔堪称法国数学界的奇才,他同时擅长拓扑学、代数几何学和数论,曾先后获得菲尔兹奖、沃尔夫奖和阿贝尔奖。此时,巴斯正跟随卡普兰斯基研究交换代数中的同调方法,涉及“塞尔猜想”的投射模及其相关结构很自然进入他的研究范畴。卡普兰斯基在同调代数方面颇有建树,而代数 K -理论可以看成一种广义上同调理论,这为巴斯建立代数 K -理论埋下了伏笔。巴斯一直对“塞尔猜想”特别感兴趣,但受代数学方法的限制,研究没有取得实质性进展。

塞尔的两篇论文改变了巴斯对“塞尔猜想”的认识,并在一定程度上促进了代数 K -理论的发展。第一篇是博雷尔(A. Borel)和塞尔于1958年合著的论文“黎曼-罗赫定理”(Le théorème de Riemann-Roch),其中介绍了格罗滕迪克关于“广义黎曼-罗赫定理”的里程碑式的工作。格罗滕迪克把黎曼-罗赫定理从代数曲面推广到任意高维代数簇上,并引入概形上向量丛 X 的格罗滕迪克群 $K(X)$ 。这个 K 群本质上是一类新型拓扑不变量,它启发了阿蒂亚(M. Atiyah)和希策布鲁赫(F. Hirzebruch)创立拓扑 K -理论。^[7]格罗滕迪克证明多项式扩张上的投射模可以通过投射模的基变换稳定地得到,这是对“塞尔猜想”稳定性的肯定回答。第二篇是塞尔于1959年在迪布勒伊代数与数论研讨会上作的题为“投射模与向量纤维空间”(Modules Projectifs et Espaces Fibrés à Fibre Vectorielle)的报告,其中他证明秩大于 d 的投射模在维数为 d 的连通仿射环上必有一个自由直和项,^[8]这样“塞尔猜想”就可以简化为有界秩投射模的消去问题。这两篇文章对“塞尔猜想”的贡献都非常引人注目,它们建立了投

射模和拓扑向量丛之间对应关系，实现了拓扑对象和代数对象的有效转化。

塞尔借助拓扑学思维研究“塞尔猜想”对巴斯的触动很大，它让巴斯认识到应该更加认真地关注拓扑学的结果和方法。塞尔的结果类似于拓扑学中稳定性定理的一般形式，很容易给出对应的代数化实例。受此鼓舞，巴斯开始系统地尝试将拓扑 K -理论的结果和构造移植到代数学中，并证明由此产生的受拓扑学启发的相关猜想。在拓扑学中，构造高阶 K 函子可以用连续同纬象来实现，但是在代数学中还没有类似的用于构造高阶 K 函子的同纬象。这一时刻对巴斯来说是真正思考代数 K -理论的开始。可见，“塞尔猜想”是代数 K -理论发展的直接动因，巴斯正是在研究“塞尔猜想”的过程中萌生了代数 K -理论思想。

2. 通过引入 K 群进一步给出代数 K -理论的核心思想

研究 K_0 群和 K_1 群是代数 K -理论的中心问题。 K_0 群在格罗滕迪克、斯万和塞尔等人的工作中得到了明确定义，但是定义 K_1 群相对来说比较困难。1962年，在塞尔向量丛理论的影响下，巴斯和舒奈尔（S. Schanuel）合作将同伦论的结果和方法应用到纯算术甚至非交换的情形中，发表了论文“投射模的同伦论”（The Homotopy Theory of Projective Modules）。仿照使用开拓函数来构造同纬象上丛的方法，他们将 K_1 群定义为分裂同态的核。^[9]他们还引入了稳定性问题，并指出 K_1 群与无限一般线性群和它的子群生成的商群同构。因拓扑学家怀特黑德（J. Whitehead）于1950年在整数群代数上引入过此类商群，并将其作为单同伦不变量的载体，所以 K_1 群也被称为怀特黑德群，自此 K_1 群正式进入人们的代数视野。

1964年，巴斯又研究了函子 K_0 和 K_1 的关系，并以独著者身份在国际顶级数学期刊《高等科学研究所数学出版物》（*Publications Mathématiques de l'I.H.É.S.*）上发表经典论文“ K -理论与稳定代数”（ K -theory and Stable Algebra）。他将紧空间上连续实向量丛转化为连续函数的有限生成投射模，并详细证明了论

文“投射模的同伦论”中给出的结论。他还使用函子 K_0 和 K_1 的相对形式构造了许多有意义的长正合序列。^[10]论文“多项式扩张的怀特黑德群”（The Whitehead Group of a Polynomial Extension）是“ K -理论与稳定代数”的续集，它系统研究了新函子 K_1 在多项式及多项式扩张上的性质。^[11]巴斯还在文末特别表达了对塞尔的感激之情，他将自己的数学成果归功于塞尔在正确的时间提出了正确的问题。可见塞尔对巴斯的影响之大，实际上塞尔对格罗滕迪克的影响也不小，格罗滕迪克承认他的大部分几何知识都来自于塞尔，并将塞尔比作激起火花的“引爆器”，自己研究的许多中心主题都受到了塞尔思想的启发。至此，人们对函子 K_0 和 K_1 有了清晰的认识，函子 K_0 是对环上向量空间维数公式失效程度的度量，而函子 K_1 是行列式映射失效程度的度量。正如巴斯所说“代数 K -理论本质上是一般线性代数的一部分”。

K_0 群和 K_1 群的研究集中体现了代数 K -理论的核心思想，即利用向量丛的同伦论这一快速发展的拓扑分支技术来解决代数学的相关问题。这是代数 K -理论的重要特征，也是它在纯代数中扮演重要角色的原因。实际上，拓扑学家也是代数 K -理论的积极贡献者，他们提供了大量有趣而复杂的问题来验证和推广代数 K -理论。

3. 出版被视为代数 K -理论建立标志的专著

20世纪六十年代，代数 K -理论的发展进入了理论建构期。1966年，巴斯撰写了代数 K -理论领域第一本讲义——“塔塔讲义”，这是他在印度塔塔基础研究院讲课的手稿。“塔塔讲义”从对称幺半群范畴 S 开始，系统地揭示了 $K_0(S)$ 和 $K_1(S)$ 之间的关系。1967年，巴斯在哥伦比亚大学开设代数 K -理论课程，并生成了“哥伦比亚讲义”，它是“塔塔讲义”的升级版，也是著作《代数 K -理论》的雏形。同时期代数 K -理论领域还出现了另外两本重要的讲义，它们分别是斯万的“芝加哥讲义”和米尔诺的“普林斯顿讲义”。“芝加哥讲义”重点介绍了阿贝尔范畴的 K_0 和 K_1 及其加性子范畴，“普林斯顿讲义”包含了基于米尔诺投射模概念的迈尔-

菲托里斯序列的清晰描述。这两本讲义后来分别被斯万和米尔诺整理成著作,先后于1968年和1971年出版。

然而,那个时期代数 K -理论领域最重要的事件是巴斯《代数 K -理论》的问世。1968年,巴斯指出代数学中没有任何内容有如此深度或普遍性可以与代数 K -理论相提并论,并认为有必要对代数 K -理论的阶段性发展进行全面的阐述。他将“哥伦比亚讲义”的手稿进行整理和扩充,出版了762页长篇经典著作《代数 K -理论》,这标志着代数 K -理论这个数学新分支正式诞生。这本专著对代数 K -理论的核心思想进行了系统的总结,但最重要的是它给出了“基本定理”的证明,这也是它被数学界重视的一个原因。

1969年,巴斯因《代数 K -理论》的出版,获得哥伦比亚大学“阿姆林格奖”,设立该奖项是为了纪念美国数学会首任主席、哥伦比亚大学首任校长阿姆林格(J. V. Amringe)。数学家尤因(J. Ewing)在巴斯65岁生日宴会上用幽默风趣的诗句评价了巴斯的这本著作:“塞尔、兰和卡普兰斯基,他们的代数学研究都做得很好,但是他们还没有写出一本代数学大部头著作。”([3], p.1)由此可见,这本著作在代数 K -理论学科发展中具有里程碑意义,凸显了巴斯在美国数学界的学术影响力。

4. 推动代数 K -理论的发展与传播,促进多个数学领域重要问题的解决

巴斯的工作对米尔诺和奎伦的研究产生了重要影响。1972年,米尔诺将 K_2 群定义为极限情况下斯坦伯格群到一般线性群的子群上同态映射的核。米尔诺在其《代数 K -理论导论》(*Introduction to Algebraic K-Theory*)前言中对巴斯的工作给予高度评价:“许多人对代数 K -理论的发展作出了贡献,但巴斯的工作尤其值得关注,他的著作《代数 K -理论》是最重要的参考资料。”^[12]1973年,在巴斯的鼓励下,奎伦写出了具有划时代意义的表述精湛的论文“高阶代数 K -理论I”(Higher Algebraic K -theory I)。他利用同伦论和范畴论对高阶 $K_n(n \geq 3)$ 群进行了定义,给出了著名的“+构造”和“Q

构造”,并因此项工作荣获1978年的菲尔兹奖。至此,完备化的代数 K -理论已经建立,用巴斯的形象化的比喻来说“代数 K -理论的孕育达到了令人满意的地步,这一领域进入了健康的婴幼儿期”。^[13]

巴斯还在代数 K -理论传播方面做了很多工作。1972年,他组织70多位知名数学家在西雅图巴特尔纪念研究所召开了为期两周的代数 K -理论会议。会议主要研讨了各种高阶 K 群的构造,参与者包括奎伦、斯万、卡鲁比(M. Karoubi)等,会议取得了圆满成功。巴斯在会议论文集中自豪地说:“数学家们在舒适而放松的环境中彼此交流,促进了数学的发展,加深了数学家之间联系。”^[14]这次会议的召开推动了代数 K -理论的传播。1974年,他在温哥华召开的国际数学家大会上作了题为“代数 K -理论的历史回顾”(Algebraic K -Theory: A Historical Survey)的大会演讲,他从开端、发展和应用三个方面对代数 K -理论研究现状进行了简要的总结,^[15]这是1972年巴特尔会议成果的进一步推广。1975年,巴斯因在代数 K -理论领域的突出贡献荣获美国数学会颁发的“科尔代数奖”。2002年7月,巴斯在里雅斯特国际理论物理中心召开的代数 K -理论会议上作了主题为“代数 K -理论诞生的个人回忆”的报告。他深情地回顾了其早年的研究轨迹,谈到他从“塞尔猜想”的工作开始,通过借鉴代数几何学和代数拓扑学的思想,最终建立了代数 K -理论。这印证了数学家海勒对他的评价:“巴斯将代数几何学和代数拓扑学的思想统一成一个优雅而强大的理论,并将其广泛应用于代数学。他是唯一有资格在这个新兴发展的领域出版专著的人,他在专著中阐述的方法和结果令人钦佩。”^[16]

代数 K -理论因应用广泛而备受学界关注和重视,成为当代数学的大热门。代数学中许多深刻的问题都是通过代数 K -理论来解决的,比如数域中的正则整基问题、可解群的整群环的零除子猜想、线性群的正规子群的分类以及用循环代数对域的布饶尔群的描述。除此之外,代数 K -理论还为解决拓扑学、几何学、数论及

泛函分析中的关键性问题提供了新的思路和方法，比如黎曼—罗赫定理的证明、“塞尔猜想”的解决、同余子群问题的处理等。

巴斯不仅开创了代数 K -理论新分支，而且在几何学领域也取得了突出成就。他指出了“雅可比猜想”的几个证明中的错误，并引入了降阶、形式逆、逆阶和微分算子四种方法来解决雅可比猜想，他1982年的合著论文“雅可比猜想：降阶和逆元的形式展开”（The Jacobian Conjecture: Reduction of Degree and Formal Expansion of the Inverse）成为学界研究“雅可比猜想”最重要的参考文献。由于篇幅限制，本文就不再详细介绍。

三、深耕数学教育

数学家哈代认为数学是年轻人的游戏，部分数学家从数学转向数学教育可能与年龄大有关系。然而，巴斯涉足数学教育更多是一种兴趣和责任感使然的主动转向，也与他在数学教育领域的任职经历有关，特别是与教育家鲍尔（D. Ball）的深度合作。巴斯在倡导数学家参与数学教育、推动数学教育国际化等方面为美国数学教育的发展作出了重要贡献。

1. 倡导数学家参与数学教育

从20世纪八十年代后期开始，巴斯应邀出席了很多人讨论数学教育问题的会议，他为人果敢冷静、敢说敢做，对教育问题经常有精辟的分析，赢得了与会者的尊敬。1991年，美国政府公布了指导美国教育改革的纲领性文件《美国2000年教育战略》，开启了美国教育标准统一化的进程。正是在这一时刻，巴斯加入了美国科学院数学科学教育委员会，该委员会主要研究K-12教育，他开始关注数学教育中的具体问题。1993年，巴斯被任命为美国科学院数学科学教育委员会主席，开始主导美国数学教育改革。1995年，美国数学会也开始关注数学教育，并成立了专门负责数学教育的委员会，巴斯担任了美国数学会教育委员会首任主席。履职两大数学教育机构主席从官方和社会两个层面奠定了巴斯在美国数学教育界的领导地

位。美国数学教育存在两大突出问题，分别是数学家的角色定位问题、数学家与教育者的沟通问题，这是巴斯重点关注和首要解决的事情。

巴斯最先关注的是数学家在数学教育中的角色定位问题。1996年，巴斯在美国国家数学科学研究所的一次会议上作了题为“作为教育者的数学家”的报告。巴斯强调学术型数学家必须更加认真地对待他们作为教育者的角色，^[17]提高教师专业素养，并引用“微积分改革运动”证明了数学家和教育者进行专业合作的必要性。这篇论文的修订版于1997年发表于《美国数学会通告》（*Notices of the AMS*），立即在美国数学界和数学教育界引发强烈的反响，因为它回应了人们对数学家参与数学教育的殷切期待。

巴斯还注意到数学家和教育者之间的沟通问题。他指出美国数学家和教育者之间的交流是一段糟糕的历史。数学家倾向于从教学内容的角度来考虑教育问题，经常以傲慢的姿态与教育者交谈，引发了教育者的抵触，使得数学家和教育者之间的对话充满猜疑和隔阂。2003年，巴斯在访谈中继续强调，数学家和教育者之间的“数学战争”仍在继续。（[18]，p.233）如何缓解数学家和教育者之间的紧张关系是巴斯考虑的重中之重。2005年，他在《美国数学会通报》发表了论文“数学、数学家和数学教育”，它是巴斯在哥本哈根召开的国际数学教育大会上所作的大会报告，也是他在卸任美国数学会主席之际向美国数学会和密歇根大学数学教学中心发表的演讲，更是体现巴斯数学教育思想的经典之作。^[19]

从1994年开始，巴斯主动与鲍尔团队接触，一起研究小学数学课堂教学中的具体问题。他们经常一起观摩教学录像，查看教学日志、教师教案和学生作业，对教学内容、数学推理、教学语言等进行研讨交流。鲍尔回忆说：“巴斯观看教学录像非常认真专注，我从未见其他教师或数学家如此细心。他为此领域贡献了他的数学敏感性和广阔的视角，我有指导教师参与数学教学的经验。虽然我们之间的差异很大，但是通过探讨教学录像中的具体问题，我们找

到了彼此的共同点。”^[20]巴斯对数学教育的专注和细心改变了教育者对数学家的固化印象,为数学家和教育者之间的合作沟通作了很好的示范。

2. 推动数学教育国际化

为了在数学教育领域发挥更大的价值,巴斯把视线从国内转向了国际。1999年,巴斯当选国际数学教育委员会第14任主席,任期八年。该委员会成立于1908年,出发点是支持当时广受数学家关注的学校教育研究,它在促进数学界和数学教育界的思想和经验交流方面发挥了重要作用,为国际数学教育的进步做出了巨大贡献。其首任主席是德国著名数学家克莱因,现任主席是中国数学家梁贯成,数学家张奠宙、张英伯、王建磐、徐斌艳曾先后担任其执行委员会委员。更值得一提的是,2021年,第14届国际数学教育大会在华东师范大学召开,这是中国数学教育界的至高荣光。国际数学教育大会是全球数学教育界水平最高、规模最大的学术盛会,被誉为国际数学教育界的“奥林匹克”,这是自1969年以来首次在中国举办,证明中国数学教育正在走向世界。

2004年,巴斯在《美国数学会通告》上专门发表文章,介绍了国际数学教育委员会的历史、今日之构架、相关活动等,并指出国际数学教育委员会为数学和数学教育的结合提供了平台。八年任职国际数学教育委员会主席的独特经历,极大推动了国际数学教育的进步与发展,也彰显了巴斯胸怀世界的远大教育情怀。

巴斯在数学教育中的巨大影响力还可以通过他在哥伦比亚大学培养的博士生数量及获得荣誉来一探究竟。从1969年至2024年,巴斯共指导了25位博士生,学术后裔多达172人,许多弟子都是美国乃至世界代数学的领军人物,比如说非洲数学领袖库库、代数 K -理论期刊创始人巴克、华裔数学家林节玄等。2009年,巴斯因在教育研究和政策制定方面开创性的贡献当选为美国教育科学院院士,成为美国当年

十大教育领导者之一。2013年,巴斯荣获美国数学协会“多尔恰尼奖^①”(Dolciani Award),该奖旨在表彰为美国或加拿大 K -16学生的数学教育作出杰出贡献的纯数学家或应用数学家。

四、领导数学共同体

巴斯不仅是一位著名的数学家和教育家,更是一位杰出的科学组织者。几十年来,他任职于美国数学会、美国数学协会、普林斯顿高等研究院等多个科学组织和机构,为数学共同体的建设投入了巨大的精力。他在访谈中曾指出美国数学发展面临的两大挑战有两个:一是与支持数学研究事业的资源有关,二是能否吸引足够多的人才进入该领域。([18], p.232)巴斯敏锐地抓住了美国数学发展的两大引擎——经费与人才。他在支持数学青年人才培养和提升数学职业吸引力方面发挥了重要作用,极大推动了美国数学的发展和繁荣。

1. 创设青年学者基金

从1969年正式加入美国数学会至2003年卸任主席职务,巴斯服务美国数学会长达30多年,为美国数学的发展作出了突出贡献。1980-1981年,巴斯担任美国数学会副主席,相继协助拉克斯(P. Lax)和格里森(A. Gleason)两位主席工作。20世纪九十年代,美国正面临教育资源不足、就业市场萎缩、公众对数学的认识不够等问题,这对美国数学家来说既是挑战也是机遇。1993年,巴斯下定决心竞选美国数学会主席,米尔诺在提名推荐词中说:“在这个困难时期,数学基金项目受到猛烈抨击,美国数学会必须有一个口齿伶俐、经验丰富的领导人。巴斯非常了解数学界和科学界,他曾担任美国数学会副主席、执行委员会及多个其他委员会的委员。他经验丰富,有责任心,善于与人相处,是美国数学会主席的理想人选。”^[21]米尔诺是数学“三大奖”大满贯得主,能得到他的认可和提名,证明巴斯在美国数学界占有

①玛丽·多尔恰尼·哈罗兰(Mary P. Dolciani Halloran)(1923-1985)是一位天才的数学家、教育家和作家,她毕生致力于通过自己的教学、指导和写作来发展卓越的数学教育。

举足轻重的地位。遗憾的是巴斯竞选失败，但是他没有气馁，两年后他成功当选美国数学会教育委员会首任主席。

从1988年开始，美国国家科学基金会设立了“青年学者计划”，用于资助在数学和科学方面有特殊才能的美国高中生开展暑期研修项目，每年大约有20–60人参加，一般资助金额为每年2.5–5万美元。1996年，美国国家科学基金会突然停止对“青年学者计划”的资助，引起美国数学界一片哗然。巴斯获知此事后，立即召集美国数学会教育委员会就“青年学者计划”项目终止的问题展开专门讨论。同年8月，巴斯又联合美国数学教师协会新任主席伯里尔一起致信美国国家科学基金会，敦促其恢复对青年学者的资助，但是他们没有收到任何答复。^[22]1999年，巴斯在美国数学会设立了“爱普森青年学者基金”（The AMS Epsilon Fund for Young Scholars），以支持居住在美国具有数学天赋的高中生的暑假数学课程，填补了“青年学者计划”项目终止带来的资源缺口。迄今为止，因该计划受益的学生多达数百人，人均资助金额也由最初的2500美元提高至15000美元。创设青年学者基金的举措不仅解决了美国青年数学人才培养的经费支持问题，也显示了巴斯卓越不凡的领导力和执行力。

2. 提升数学职业的吸引力

1999年，巴斯再次被数学家卡普兰斯基提名为美国数学会主席，卡普兰斯基对巴斯也有很高的评价：“巴斯1981–1986年担任董事会主席，随后1989–1992年担任科学咨询委员会主席。我相信在斯坦贝克^①的小说中有一个人物，他非常擅长修理汽车，只要他站在汽车旁边，汽车就会行驶得更好。这是我与巴斯出席任何会议时的感受。他的智慧、良好的判断力、机敏以及他对数学和数学家的广泛了解，使他成为了我的出色搭档。”^[23]卡普兰斯基的门生众多，巴斯能获得如此高的评价，足见他在卡普兰斯基心中有很重的分量。

2000年，美国GDP总量首次突破10万亿

美元，占全球经济总量的30.4%，正处于经济快速发展和人才需求旺盛的黄金时期，数学在社会和经济中的重要性日益突出，巴斯正是在这种背景下成为美国数学会候任主席。2001年，巴斯接替布劳德（F. Browder）正式出任美国数学会主席。随着人们对数学重要性认识的提高及数学家群体的专业化，数学在美国已成为一门职业。如何将优秀的人才吸纳到数学领域一直是巴斯任期内急需解决的事情。他认为建立良好的数学公众形象除了正面的新闻报道、数学知识宣传和数学活动展示外，还应重视教师的课堂教学方式，因为大众对数学的认识都是在课堂中形成的。数学教育就像临床医学一样，是一个专家实践领域，有许多知识需要学习。数学教学不仅需要具备全面的学科知识和良好的表达技巧，还需要准确掌握学生的思维方式和 Learning 成效。巴斯在美国数学会开展了两个重要的教师能力提升项目，以便提升数学职业的吸引力。第一个项目是“教师的数学教育”（Mathematical Education of Teachers），旨在通过强化教师的数学知识来提升数学教师的专业性。第二个项目是“数学教育中的数学家”（Mathematicians in Mathematics Education），目的是研究数学家对公共教育的贡献度来提高美国数学教育质量。

此外，巴斯还承担《美国数学杂志》（*American Journal of Mathematics*）等11种不同期刊和丛书的编辑工作。他为人真诚善良、乐于帮助他人。以色列希伯来大学卢博茨基（A. Lubotzky）教授回忆了学生时代投稿的事情：“我投到《美国数学杂志》的论文因为质量偏低遭拒稿，但是编辑巴斯给我寄来了14页打印的错误更正信息及修改意见，他这么著名的数学家花费如此多的时间来帮助一个以色列不知名大学的研究生令我非常感动，他的认真严谨和一丝不苟令我终生难忘。”^[24]巴斯对学术的严谨态度及平易近人的人格魅力正是严谨治学、奖掖后学的科学家精神的生动写照。

2006年，美国数学协会授予巴斯“数学杰

^①斯坦贝克（John Steinbeck）是20世纪美国知名作家，曾获得1962年诺贝尔文学奖。

出服务奖”，以表彰他为数学、数学教育及社会服务所作的贡献，该奖是美国数学协会最具影响力的奖项。美国数学协会对巴斯的工作给予高度评价：“巴斯作为一名研究型数学家取得了卓越成就，他以优异的表现服务于我们专业内的许多委员会，他在数学教育领域的工作认真努力且富有成效。”（[25]，p.193）

结 语

巴斯用严谨治学的态度、刻苦钻研的精神、跨学科思考的能力开创了代数 K -理论这一新分支，掀起了代数 K -理论研究的热潮。他以强烈的责任心、博大的胸怀、超人的智慧提出了独到深刻的教育思想和卓有成效的管理措施，推动了美国数学的发展和数学教育的国际化。

从人物生平和学术传承上看，巴斯取得的显著成就与家庭环境、师长同事的影响密不可分。巴斯出生在重视教育的犹太家庭，哥哥曼纽尔无意间的科学启蒙，阿廷微积分课的数学引流和严谨的治学态度，卡普兰斯基聚焦交换代数的学术引领和提携厚爱，艾伦伯格无微不至的关心和帮助，塞尔拓扑学思想的启发等都对巴斯的学术生涯产生了重要影响。这些因素串联成一条完整的证据链条，解锁了数学家巴斯成功的密码。

从数学创新与数学思想传播上看，巴斯在继承格罗滕迪克思想的基础上，将向量丛的同伦论和拓扑 K -理论代数化，建立了代数 K -理论新分支。巴斯在研究著名的“塞尔猜想”中萌生了代数 K -理论思想，定义了 K_1 群并广泛研究了 K_0 和 K_1 的关系，出版了代数 K -理论的首部专著，对米尔诺和奎伦研究高阶代数 K -理论产生了重要影响。巴斯的弟子巴克1987年3月创办了《 K -理论》（ K -Theory）期刊，2007年8月又创办了《 K -理论学报》（*Journal of K-Theory*），专业期刊的创办有效促进了代数 K -理论思想的传播和普及。

从与中国的学术渊源上看，巴斯及其弟子与中国学者有密切的联系，间接推动了中国现代数学的发展。巴斯《代数 K -理论》专著中

引用的Wang's Theorem来源于吉林大学王湘浩教授1950年的论文“论单代数的换位子群”（On the commutator group of a simple algebra）。1979-1981年，中国科学院刘木兰教授在哥伦比亚大学访问进修期间，曾跟随巴斯学习代数 K -理论。2002年，巴斯出席了在北京召开的国际数学家大会，并担任数学教育和数学普及分会主席。弟子巴克、库库与中国学者交往也十分密切，2011年和2013年南京大学、中国科学院分别为库库和巴克祝寿举办了国际代数 K -理论会议，这充分彰显了他们对中国代数 K -理论发展的重要推动作用。

最后，我们引用巴斯对“职业生涯中最大的满足感是什么？”这个问题的回答来结束本文：“我所能想到的任何一件事都无法超越在数学领域连续不断地工作所带来的整体满足感。数学是优雅的，数学是重要的，数学与科学和文化都有联系。”（[25]，p.195）

〔参考文献〕

- [1] 杨中明、王淑红. 欧文·卡普兰斯基的数学人生[J]. 科学文化评论, 2020, 17(2): 75-87.
- [2] Jackson, A. 'Bass Receives National Medal of Science'[J]. *Notice of the American Mathematical Society*, 2007, 54(9): 1161-1162.
- [3] Bass, H. 'A Professional Autobiography'[A], Lam, T. Y., Magid, A. R. (Eds.) *Algebra, K-theory, Groups, and Education*[C], Providence: American Mathematical Society, 1999, 3-13.
- [4] Krantz, S. '2010 Steele Prizes'[J]. *Notice of the American Mathematical Society*, 2010, 57(4): 510-514.
- [5] Bass, H., Cartan, H., Freyd, P., et al. 'Samuel Eilenberg (1913-1998)'[J]. *Notice of the American Mathematical Society*, 1998, 45(10): 1344-1352.
- [6] Serre, J. 'Faisceaux Algébriques Cohérents'[J]. *The Annals of Mathematics*, 1955, 61(2): 197-278.
- [7] Borel, A., Serre, J. 'Le Théorème de Riemann-Roch'[J]. *Bulletin de la Société Mathématique de France*, 1958, 86(2): 197-278.
- [8] Serre, J. 'Modules Projectifs et Espaces Fibrés à Fibre Vectorielle'[J]. *Séminaire Dubreil. Algèbre et Théorie des Nombres*, 1958, 11(2): 1-18.
- [9] Bass, H., Schanuel, S. 'The Homotopy Theory of Projective Modules'[J]. *Bulletin of the American Mathematical*

- Society*, 1962, 68(4): 425–428.
- [10] Bass, H. 'K-Theory and Stable Algebra'[J]. *Publications Mathématiques de l'Institut des Hautes Études Scientifiques*, 1964, 22(1): 5–60.
- [11] Bass, H., Heller, A., Swan, R. 'Whitehead Group of a Polynomial Extension'[J]. *Publications Mathématiques de l'Institut des Hautes Études Scientifiques*, 1964, 22(1): 61–79.
- [12] Milnor, J. *Introduction to Algebraic K-Theory*[M]. Princeton/New Jersey: Princeton University Press/University of Tokyo Press, 1971, vii.
- [13] Bass, H. 'Personal Reminiscences of the Birth of Algebraic K-theory'[J]. *K-Theory*, 2003, 30(3): 203–209.
- [14] Bass, H. *Algebraic K-Theory I- Higher K-Theories*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1973, IV.
- [15] Bass, H. 'Algebraic K-Theory: A Historical Survey'[A], James, R. (Eds.) *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*[C], Vancouver: Canadian Mathematical Congress, 1974, 277–283.
- [16] O'Connor, J. J., Robertson, E. F. 'Hyman Bass'[EB/OL]. <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bass/>. 2008–07–01.
- [17] Bass, H. 'Mathematicians as Educators'[J]. *Notice of the American Mathematical Society*, 1997, 44(1): 18–21.
- [18] Jackson, A. 'Presidential Views: Interview with Hyman Bass'[J]. *Notice of the American Mathematical Society*, 2003, 50(2): 232–234.
- [19] Bass, H. 'Mathematics, Mathematicians and Mathematics Education'[J]. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 2005, 42(4): 417–430.
- [20] Ball, D. 'Crossing Boundaries To Examine the Mathematics Entailed in Elementary Teaching'[A], Lam, T. Y., Magid, A. R. (Eds.) *Algebra, K-theory, Groups, and Education*[C], Providence: American Mathematical Society, 1999, 15–36.
- [21] Milnor, J. 'Nomination for Hyman Bass'[J]. *Notice of the American Mathematical Society*, 1993, 40(7): 815–816.
- [22] 王勇兵、王淑红. 海曼·巴斯的数学教育思想研究[J]. 科学技术哲学研究, 2023, 40(2): 98–105.
- [23] Kaplansky, I. 'Nomination for Hyman Bass'[J]. *Notice of the American Mathematical Society*, 1999, 46(8): 931–932.
- [24] Lubotzky, A. 'One for Almost All: Generation of $SL(n, p)$ by Subsets of $SL(n, Z)$ '[A], Lam, T. Y., Magid, A. R. (Eds.) *Algebra, K-theory, Groups, and Education*[C], Providence: American Mathematical Society, 1999, 125–128.
- [25] Roberts, W. 'Yueh-Gin Gung and Dr. Charles Y. Hu Award to Hyman Bass for Distinguished Service to Mathematics'[J]. *The American Mathematical Monthly*, 2006, 113(3): 193–195.

[责任编辑 王大明 柯遵科]