

# 否的哲学：非欧几何何所非

## The Philosophy of No: What Non-Euclidian Geometry Negates

周星哲 / ZHOU Xingzhe

(北京师范大学价值与文化研究中心、哲学学院, 北京, 100875)  
(Center for Studies of Values and Culture; School of Philosophy, Beijing Normal University, Beijing, 100875)

**摘要:** 巴什拉《否的哲学》与康德《纯粹理性批判》皆致力于调和经验主义与理性主义, 前者以思辨风格倚重于非欧几何之否定性。对非欧性意蕴的细致考察在为否的哲学奠定技术根基的同时, 还为科学哲学和逻辑哲学的核心议题理论等价性概念研究开启新进路。非欧几何发展史将非欧性呈现为对欧几里得平行公设的否定性, 并满足于将非欧几何的一致性通过欧几里得几何模型诉诸欧几里得几何自身的一致性。非欧几何的这两种特性一旦并置于综合视角被审视, 便产生关于非欧性的哲学疑难, 其表现为共存难题与划界难题。变换不相容性概念的发掘是解决非欧性哲学疑难、辨析理论等价性的关键。非欧几何之否定性问题的彻底解决, 奠定、充实并升华否的哲学。

**关键词:** 非欧几里得几何 否定性 理论等价性 变换不相容性

**Abstract:** Both Bachelard's *Philosophy of No* and Kant's *Critique of Pure Reason* engage in reconciling empiricism and rationalism, with the former, in a speculative style, relying on the negation in non-Euclidean geometry. A meticulous investigation of non-Euclidean geometry not only lays a technical foundation for the philosophy of no, but also pioneers a novel approach to the study of theoretical equivalence, a core issue in philosophy of science and philosophy of logic. The historical development of non-Euclidean geometry presents non-Euclidean geometry as a negation of Euclidean parallel postulate, while resolving its consistency by modeling non-Euclidean systems within Euclidean frameworks, thereby appealing to the consistency of Euclidean geometry itself. Once these two characteristics of non-Euclidean geometry are examined from a comprehensive perspective, philosophical puzzles concerning non-Euclidean geometry arise, manifested as coexistence problem and demarcation problem. The exploration of the concept of transformation incompatibility proves essential for resolving these puzzles and refining conceptions of theoretical equivalence. The thorough resolution of the negation problem of non-Euclidean geometry establishes, enriches and elevates the philosophy of no.

**Key Words:** Non-Euclidean geometry; Negation; Theoretical equivalence; Transformation incompatibility

中图分类号: O184; N031 DOI: 10.15994/j.1000-0763.2025.09.006 CSTR: 32281.14.jdn.2025.09.006

### 一、从巴什拉《否的哲学》到非欧几何

为调和经验主义与理性主义而诞生的综合式哲学力作, 除却众所周知的康德《纯粹理性

批判》( *Kritik der Reinen Vernunft*, 1781/1787 ), 亦有法国著名科学哲学家巴什拉 ( Gaston Bachelard ) 的《否的哲学》( *La Philosophie du non*, 1940 )。中译本《否的哲学》由笔者负责翻译, 作为《巴什拉文集》第1卷被列入商务

基金项目: 国家社会科学基金项目“法国尼科科学哲学著作翻译与研究”(项目编号: 23BZX099)。

收稿日期: 2024年12月31日

作者简介: 周星哲 (1987-) 男, 江苏镇江人, 北京师范大学价值与文化研究中心、哲学学院讲师, 研究方向为科学哲学。

Email: zhouxingzhe@bnu.edu.cn

印书馆的出版计划。巴什拉宣称：“经验主义需被理解；理性主义需被应用。”（[1]，p.5）在此意义上，无论经验主义还是理性主义，惟给予对方以存在理由，方能获得自身之立足。

巴什拉将经验主义与理性主义之间这种互斥却互生的否定关系，一方面提升至纯粹哲学的思辨高度，另一方面扎根于科学哲学的范例考察，就此发展出“否的哲学”。就“否的哲学”之纯粹哲学思辨而言，巴什拉赋予否定性以开放性、辩证性与建构性之意蕴。一种哲学，惟其开放，方能辩证式地吸纳否定性因素，从而实现新的建构。特别地，对于科学哲学，惟其如此，方能与时俱进地领受科学进步所带来的教导。在超越过往知识的意义上，“巴什拉以‘否的哲学’实现认识论的‘历史性转向’”。<sup>[2]</sup>这使人想到《否的哲学》成书22年后库恩的《科学革命的结构》。就“否的哲学”之科学哲学范例而言，巴什拉《否的哲学》倚重于非欧几何，一如康德《纯粹理性批判》倚重于欧几里得几何，皆令人瞩目。二者相隔逾一个半世纪。这一时间跨度不仅在哲学史方面暗示巴什拉对康德哲学的充分考量与批判——事实上，继“非笛卡尔主义认识论”（*l'épistémologie non-cartésienne*），（[3]，p.139）巴什拉的确以“否的哲学”之精神发展出“非康德主义”（*non-kantisme*），指“受康德启示却超越其经典教义的哲学”（[1]，p.15）——而且在科学史方面明示，非欧几何之横空出世及其在相对论中的成功应用，使得理性的天平自然地偏向熟知非欧几何发展史的巴什拉，而非一直处于欧几里得几何统治时代的康德。

巴什拉《否的哲学》在哲学史和科学史这两个维度的双重超越，赋予非欧几何对欧几里得几何之否定这一聚焦性议题以显著哲学意义。“正是在几何学方面，通过非欧几何，首批科学辩证法始得出现。”（[1]，p.121）非欧几何作为突破性的科学范例，之于否的哲学，具有奠基性意义。《否的哲学》以其思辨性的论述风格阐述非欧几何之否定的意义：“否定应当和原初建构保持接触。否定应当容许辩证式推广。基于否定的推广应当包含其所否定的对象。事实上，

一个世纪以来科学思想的一切飞跃，皆源于此类涵盖被否定者于其中的辩证式推广。正是这样，非欧几何涵盖欧几里得几何。”（[1]，p.137）若欲穿越思辨迷雾，进至技术探究，抵达澄明真相，则应追问：非欧几何究竟如何否定欧几里得几何？这种否定如何同作为被否定者的欧几里得几何保持接触？基于这种否定的辩证式推广如何发生于欧几里得几何与非欧几何？一“问”以蔽之，作为否的哲学要义之承载，非欧几何之所非者，究竟为何物？巴什拉将关于非欧几何之所非者的技术性思考仅作为《否的哲学》创作之科学思想远景，抑或刻意将这种技术性考察留给有兴趣的读者作为一项理性训练，而不使其进入《否的哲学》文本，以免干扰行文的整体思辨风格，一如康德在《纯粹理性批判》中并不多涉欧几里得几何的技术细节。

只有对非欧几何的非欧性（*non-Euclideanity*）意蕴做彻底的历史性、逻辑性与思想性考察，才能在深入至技术性的层面澄清巴什拉“否的哲学”思想，使之具有坚实的逻辑与科学基础，并就此关于理论等价性（*theoretical equivalence*）这一概念贡献出非欧几何视角所激发的独特理性洞见，而理论等价性概念属于科学哲学和逻辑哲学的核心议题。

## 二、非欧几何对欧几里得几何的否定

在统治人类文明长达两千余年的欧几里得几何时代，人们坚信欧几里得《几何原本》包含宇宙真理，这一信念被称为欧几里得神话。<sup>[4]</sup>欧几里得几何的神话式地位被认识愈清，则非欧几何对欧几里得几何之否定的颠覆性意义愈显。人类理性三大领域前后相继而又彼此协同地将欧几里得几何推向神坛巅峰。首先，在欧几里得几何所固属的数学领域，定义的精确性、公理的直观性、推理的严格性和定理的丰富性造就其演绎典范地位。<sup>[5]，[6]</sup>其次，在物理学领域，从日常生活经验，至古代天文学应用，再到牛顿经典物理学的辉煌，无不诱使人们相信，作为其数学根基的欧几里得几何是关于空间的唯一科学，它所描述的数学空间也正是现

实中物理空间的唯一抽象品,“绝对空间”与“相对空间”<sup>[7]</sup>均满足欧几里得几何。最后,在哲学领域,康德凭借先天综合判断学说阐释欧几里得几何何以独立于经验而适用于空间,以先验感性论为欧几里得几何无可置疑的必然性做哲学说明;<sup>[8]</sup>正是立于几何学建筑术永恒不变性之基,康德创立纯粹理性建筑术。([3],p.24)可以想见,这些领域彼时对造就欧几里得神话参与愈深,尔后则受非欧几何颠覆愈强。

具有悖论性意味的是,非欧几何对欧几里得几何之否定的肇始,正是源自意图改善欧几里得几何公理体系的长达两千多年的努力,即对欧几里得《几何原本》第五公设的研究。这一研究致力于简化或取消似繁琐而无用的欧几里得平行公设,最终却戏剧性地以非欧几何的诞生而告终。其间充斥徒劳无功的努力,耗尽历代数学家的心血与智慧,以致平行公设研究被达朗贝尔(Jean Le Rond d'Alembert)称为“几何原理中的家丑”。<sup>[9]</sup>如今,这一数学史篇章已成为打破欧几里得几何神话、开启非欧几何时代之历程的标准叙述。尽管这一关乎人类理性尊严与荣耀的探索历程已被铸入数学史篇章而为人所熟知,其丰富的哲学意蕴和思想启示仍被遮蔽而尚待发掘。

在欧几里得神话的思想背景下,欧几里得《几何原本》所表达的公理演绎系统被视为描述空间的唯一科学,欧几里得几何的每一条命题均刻画空间的真实性质,欧几里得平行公设自然也不例外。数学系统以融贯性为其真理的基本条件。([10],p.72)<sup>[11]</sup>由于空间的对象性,欧几里得几何除却自身的融贯性,添以针对空间的符合论色彩。欧几里得平行公设的普莱菲尔公理表述为:“过直线外一点有且仅有一条直线与之平行。”<sup>[12]</sup>若否定欧几里得平行公设中平行线的唯一性,可得命题“过直线外一点至少有一条直线与之平行”;若否定欧几里得平行公设中平行线的存在性,可得命题“过直线外一点不存在直线与之平行”。从符合论角度看,否定欧几里得平行公设所得两条命题似违逆空间直观。欲证其伪,可从融贯性出发,证明将欧几里得平行公设代以其否定形式所得公理系

统自相矛盾,并因此取消欧几里得平行公设的独立性。然而,不仅这样的矛盾从未被真正找到,甚至不同于欧几里得几何的几何体系由此建立。以“过直线外一点至少有一条直线与之平行”替代欧几里得平行公设,可得罗巴切夫斯基几何,相应命题称为罗巴切夫斯基平行公设;以“过直线外一点不存在直线与之平行”替代欧几里得平行公设,可得黎曼几何,相应命题称为黎曼平行公设。此处所谓黎曼几何为狭义的,专指恒常正曲率空间的几何,亦称椭圆几何,当区分于广义的黎曼几何,即可变曲率空间的几何。<sup>[13]</sup>

罗巴切夫斯基几何和黎曼几何之所以被称为非欧几何,乃在于这两种几何均采纳欧几里得平行公设的不同对立命题作为各自公设。从平行公设的逻辑可能性视角来看,过直线外一点,可作与已知直线平行的直线之数量,或则为零,或则为一,或则至少为二;黎曼几何、欧几里得几何、罗巴切夫斯基几何则分别对应这三种情形。非欧性在此体现为几何公理系统的构成不同,特别是对欧几里得平行公设的否定。若将非欧几何公理系统同欧几里得几何公理系统对照,特别是将罗巴切夫斯基几何公理系统同欧几里得几何公理系统对照,可发现,其唯一差别仅在于平行公设的内容。<sup>[14]</sup>不可能存在同一个空间,或者说,不可能存在同一套几何词项,譬如“点”“直线”“距离”,既满足罗巴切夫斯基几何,又满足欧几里得几何。至于黎曼几何,相较于欧几里得几何,除却平行公设,另有欧几里得第一公设亦需改动,即“过两点仅能作一条直线”。([10],p.67)

若单纯从字面意义理解欧几里得几何与非欧几何的各自公理系统,则非欧性内涵易被曲解为粗浅的逻辑矛盾。这种表面的逻辑矛盾既表现在作为公理的平行公设层面,亦通过推理延伸至定理层面,以三角形内角和定理为典型。过直线外一点,可作与已知直线平行的直线之数量,从逻辑上来讲,本来或则为零,或则为一,或则为多,只可取其一种可能,却经由非欧几何的诞生,三种可能皆可实现;三角形内角和较之于两直角的数量关系,从逻辑上来讲,本



来或则为等于，或则为小于，或则为大于，只可取其一种可能，却经由非欧几何的问世，三种可能皆可实现。

非欧性，即非欧几何对欧几里得几何的否定性，绝非逻辑矛盾式对立性，而是辩证开放式对立性。非欧几何时代的康德哲学同路人持有这样一种辩护策略：既然非欧性未达到逻辑矛盾式对立性，便可断言非欧几何与欧几里得几何并非互不相容。<sup>[15]</sup>这种观点忽视了辩证开放式对立性。这种辩证开放式对立性的消极后果在于，一旦将欧几里得几何与非欧几何强行熔为单一理论，则逻辑矛盾确然产生。这种辩证开放式对立性的积极意义在于，非欧几何通过平行公设这一语形层面的局域对立，揭示欧几里得精神在语义层面固守概念之局限，导致欧几里得几何独断式唯一性地位的崩塌。欧几里得《几何原本》以其借助直观的显定义方式，赋予点、线、面等概念以含义，使其对应于空间中各自理想的抽象品。非欧几何的出现使得基本几何概念被抽离于具体赋义，因而也被剥离于同理想空间的固定关系。“概念化历程遂由封闭、僵化、线性之窠臼，转向开放、自由、树状之新境。”（[1]，p.133）特别地，位于非欧几何革命核心风暴眼的平行线概念“彻底丧失其绝对内容，沦为特定公设系统的相对性存在。”（[1]，p.133）非欧几何对欧几里得几何的否定，自然不在于揭露欧几里得几何内部本不存在的实质性逻辑问题，而在于昭示欧几里得几何对空间唯一性的独断裁夺与错误依赖。“严格欧几里得式的精神状态隐藏着根本性的哲学谬误。前科学精神未历经基本概念本质流动性的洗礼，从而妄断其恒常性与实在性。前科学精神无法形式化地思考基本概念，因其从未将这些基本概念完全剥离于其内容。”（[1]，pp.133-134）长达逾两千年屹立不倒、作为理性典范之作的欧几里得几何，在非欧几何的冲击下，竟然略具讽刺性意味地沦为前科学精神的代表作。

### 三、可译性视角下的非欧性释疑

对欧几里得几何做出否定的经典非欧几

何，即罗巴切夫斯基几何与黎曼几何，其自身的一致性可诉诸欧几里得几何的一致性。为此，非欧几何的欧几里得几何模型起到不同几何之间的沟通作用，譬如罗巴切夫斯基几何的贝尔特拉米-克莱因模型，<sup>[16]</sup>以及黎曼几何的欧几里得球面模型。<sup>[17]</sup>庞加莱将这一过程十分形象地比做外语词典翻译。（[10]，p.70）尼科（Jean Nicod）则为这一过程建立形式化的描述，从而将这种可译性界定为理论等价性。（[18]，p.25）

因此，非欧几何与欧几里得几何是等一致性的，或者说，它们是相对相容的。若一方是一致的或相容的，则另一方亦然。这种等一致性由可译性保证。然而，一旦对此综合反思，非欧几何所引发的哲学疑难立即涌现：非欧几何何以能够在否定欧几里得几何的同时又能够被翻译为欧几里得几何？难道非欧几何只是欧几里得几何的变种表达？聚焦于相容性这一常被含混使用的术语，<sup>[19]</sup>非欧几何哲学疑难有一个有趣而尖锐的表达：非欧几何何以能够同欧几里得几何既互不相容（mutually incompatible），又相对相容（relatively compatible）？就内涵而言，非欧几何哲学疑难可表达为非欧性与可译性的共存难题（coexistence problem）；就外延而言，非欧几何哲学疑难表现为内欧系统与跨欧系统在理论等价性视域中的划界难题（demarcation problem）。<sup>[20]</sup>其中，内欧系统（intra-Euclidean systems）是指欧几里得几何诸系统，跨欧系统（trans-Euclidean systems）是指欧几里得几何诸系统与非欧几何诸系统之集合。

巴什拉注意到了非欧性与可译性的共存现象，尽管他并未将其明确作为令理性感到困惑的难题而清楚表达。巴什拉未深入至具体的技术细节，毋宁以其一贯的思辨风格意图化解这一困惑。对于非欧几何并非简单地否定欧几里得几何而是可以转化为欧几里得几何这一事实，巴什拉首先弱化否定的内涵，使其不至于强至非此即彼的逻辑矛盾式对立性，从而为理性的辩证综合留有回转余地。“对于善能辩证化其原则的精神而言，这种否定从来不是决定

性的。”([1], pp.9-10)弱化的否定被赋予辩证的弹性,进而可包罗表面对立的双方。“否的哲学并非一种拒绝的态度,而是一种调和的态度。”([1], pp.15-16)欲解决非欧性与可译性的共存难题,欲在理性上同时接纳欧几里得几何、非欧几何及其互不相容却又相对相容的关系,理性须摆脱前科学精神状态。“两个原初不可调和、仅以其内在融贯性作为有效性保障的理论,欲成就真正逻辑性的综合,必吁求深刻的精神变革。”([1], p.142)巴什拉思辨性的否的哲学在一定程度上为解决非欧性与可译性的共存难题提供哲学启迪。然而,要真正解决共存难题,须深入至技术实证,而不能停滞于哲学思辨。唯有立于技术实证之坚实基础,否的哲学才不致因其思辨性而陷入理性幻相之虞。事实上,正是这种科学精神使得巴什拉否的哲学完全区分于黑格尔的“先验辩证法”,([1], p.135)称得上是“科学辩证法”。([1], p.121)

故此,非欧几何对欧几里得几何的否定性须置于共存难题与划界难题的框架内来考察。非欧性与可译性的共存难题源于对如下两个表面上对立的数学事实之尊重:一方面,非欧几何与欧几里得几何在平行公设的表述上产生语形对立;另一方面,非欧几何可通过语义翻译而转换为欧几里得几何中的模型。诚然,互不相容而又可以相互转换的形式系统已然存在于欧几里得几何内部,诸如点几何(*géométrie des points*,即以点为基本几何对象的几何)([18], p.39)与体几何(*géométrie des volumes*,即以体为基本几何对象的几何)、<sup>[21]</sup>全等几何(*géométrie de la congruence*,即以全等关系为基本几何关系的几何)([18], p.14)与共球几何(*géométrie de la sphéricité*,即以共球关系为基本几何关系的几何)。( [18], p.23)基于这一观察而类比式地解释共存难题的任何意图都因湮灭非欧性而面临划界难题的考验。内格尔正因没有意识到这一问题,而试图用这样的类比来解释非欧性疑难,以致不得不以“记法上的差别”<sup>[22]</sup>来定性非欧几何与欧几里得几何的关系。他的这一结论,无论从数

学史冲击、物理学革命、认识论颠覆中任何一者来看,都站不住脚。跨欧系统之间的理论等价性从本性上有别于内欧系统之间的理论等价性。若非欧性在跨欧系统中的角色未被充分考量,则跨欧系统与内欧系统之间的界限将模糊不清,以致消解。

鉴于共存难题与划界难题分别是“非欧几何何所非”这一共同本源问题的内涵型表现与外延型表现,对非欧性意蕴的合理解读须一并解决共存难题与划界难题。非欧性作为一种否定性,一方面要通过可译性与作为被否定对象的内欧系统沟通,另一方面要在可译性中保持跨欧系统区分于内欧系统的特质。

对非欧性的解释,落于某种不相容性。空泛地谈论不相容性,而不区分词项不相容与公理不相容,是造成非欧性疑难的根源。词项不相容性(*incompatibility of terms*)是指无法建立合适的词项对应方式使得两个系统的基本词项相容。作为基本几何关系的全等关系与共球关系便不相容。<sup>[23]</sup>公理不相容性(*incompatibility of axioms*)是指无法建立合适的词项对应方式使得两个系统的公理相容。词项不相容已然存于内欧系统,故不可能成为跨欧系统区分于内欧系统的特征。公理不相容在合适的词项对应之下能够彰显跨欧系统的特质。公理不相容概念的缺失,造成非欧性被可译性吞噬,致使内欧系统与跨欧系统混淆。然而,公理不相容的实质,常被词项不相容的表象遮蔽。若词项不相容,何谈公理相容与否?为阐明公理相容与否,须建立合适的词项对应方式,即变换。

厘清词项不相容和公理不相容,其关键在于发掘变换不相容(*transformation incompatibility*)这一新的不相容性概念。正是这种变换自身的相容性问题,决定公理的相容性问题。全等几何与共球几何虽然词项不相容,但经过相容的变换,其公理亦相容。内欧系统之间的变换是相容的,就这种变换可被视作更大系统的定理而言。欧几里得几何与非欧几何虽然相互可译,但其公理毕竟不相容,故非欧几何的欧几里得几何模型必然涉及不相容变

换。跨欧系统之间，或则经由直接而显明的词项对应方式彰显剧烈冲突的公理不相容性，例如，当以黎曼几何短程线对应欧几里得几何直线，其平行公设相互冲突；或则经由不相容的词项变换实现可译性，而将公理不相容性掩藏于本就隐秘的变换不相容性，例如，当以黎曼几何短程线对应于欧几里得球面几何测地线。故此，若非对变换不相容性的捕捉，跨欧系统就会表现得像内欧系统一样具有可译性，非欧性在这种理论等价性视域中消散于无，而任由非欧性的湮灭是对既存数学史上认识论革命的无视。非欧几何与欧几里得几何之间的不相容变换，以其变换的存在性保障可译性或相对相容性，以其变换的不相容性保障非欧性或互不相容性。内欧系统之间的词项映射是相容性变换；跨欧系统之间的词项映射是不相容性变换。共存难题与划界难题于是得到圆满解决。

变换不相容性概念的提出，既解决了非欧几何哲学疑难，也对理论等价性概念贡献出新颖视角。就非欧几何哲学疑难而论，既有的理论等价性概念，要么过于严苛，以致甚至无法适用于内欧系统，自然也不适用于跨欧系统，遑论解决划界难题；<sup>[24]</sup> 要么过于松散，以致将跨欧系统与内欧系统相提并论，从而将互不相容的理论视同一律，<sup>[25]</sup> 不仅陷入一致性问题（consistency problem），<sup>[26]</sup> 而且丝毫无助于解决划界难题。唯有不涉及不相容变换的可译性概念才适用于内欧系统，而将跨欧系统排除在外。就此而言，对于理论等价性概念及其背后的实在论意义，<sup>[27]</sup> 非欧几何提供试金石。这正契合巴什拉从否的哲学传递出来的科学精神与哲学教益——“理性应遵从科学”。（[1], p.144）在现代科学思想背景下，这一告诫不啻同传统观念论的分道扬镳。<sup>[28]</sup>

#### 四、从非欧几何回到否的哲学

以罗巴切夫斯基几何问世计，非欧几何在人类文明之存续，迄今近乎两个世纪。然而，非欧几何作为对欧几里得几何产生颠覆性冲击作用的数学理论而在数学界被接受，耗时近半

个世纪；非欧几何在作为物理学革命性理论的广义相对论中得到出色应用，耗时近一个世纪。如此，无怪乎，时至今日，非欧几何的哲学教益仍待汲取。非欧几何，其所非者，究竟为何？唯经由巴什拉1940年著作《否的哲学》之哲学唤起，复经由近半个世纪以来逻辑哲学界关于理论等价性概念的技术探究，以及同时期科学哲学界对理论等价性与实在性立场之间关系的密切关注，“非欧几何何所非”这一问题的技术精细性与思辨微妙性，始得探明。

非欧几何之所非者，以其明晰的逻辑哲学风格为否的哲学奠定坚实的技术基础，以其丰富的科学哲学内涵为否的哲学提供思辨养料。非欧几何通过对欧几里得平行公设的否定，建立起同欧几里得几何并驾齐驱的几何体系。非欧性所取消的，并非欧几里得几何自身的存在性，而是欧几里得几何作为几何理论的独断式唯一性地位。相较之下，在欧几里得几何内部，体几何对点几何不足以构成这种否定性。在欧几里得几何就此得到合适理论定位的意义上，毋宁说，非欧几何是对欧几里得几何的合理说明与必要补充。旧观念中欧几里得几何适用于空间之真理性因此被取消，取而代之的是几何体系在自洽性意义上的真理性。这种数学真理观的迭代得益于非欧几何对欧几里得几何的否定性，而无法得自体几何对点几何的影响。非欧性所荷载的否定性并非逻辑矛盾式，而是辩证开放式、理性综合式。非欧几何与欧几里得几何在平行公设方面语形矛盾的表面下留有语义转换的斡旋余地，实现这种调解与沟通的是跨欧系统相互转换过程中的不相容变换。这种变换的不相容性体现出非欧性的否定性；这种不相容变换的可实现性使得非欧性的否定性依然同作为被否定者的欧几里得几何保持接触。从空间曲率的视角来看，非欧性所带来的辩证式推广将欧几里得几何作为一种空间曲率恒为零的特殊情形而纳入其中。在趋向极限小局域的过程中，出任否定者形象的非欧几何与承担被否定者形象的欧几里得几何趋于一致。正因非欧几何之否定性的开放性与辩证性特征，其建构性才如此卓有成效：对罗巴切夫斯基几何、



狭义黎曼几何、欧几里得几何实现建构性综合的广义黎曼几何,作为一种更加复杂的可变空间曲率几何理论,将前述恒定空间曲率几何作为特殊情形纳入其中,成为广义相对论的有力数学工具。

从非欧几何到否的哲学,如是上升的哲学通道,不独限于非欧几何这一看似孤立的上升基地,亦不限于巴什拉《否的哲学》这一既有上升高度。诚然,几何学以其自身便已然在人类文明中占据足够显赫之席,特别是虑及欧几里得几何的长期正统地位和非欧几何的认识论革命意义。一个命题及其否定形式各自参与构建不同理论,这一现象不独出现于几何学领域,亦出现于逻辑学、集合论乃至物理学等领域。如此,否的哲学之疆域得到扩展。否的哲学之意蕴亦可结合巴什拉的两大结论——“经验主义需被理解;理性主义需被应用”([1], p.5)与“理性应遵从科学”([1], p.144)——而进一步充实:非欧几何需被否的哲学理解,否的哲学需被非欧几何应用;科学需被哲学理解,哲学需被科学应用。

#### [参考文献]

- [1] Bachelard, G. *La Philosophie du non*[M]. Paris: Presses Universitaires de France, 2002.
- [2] 于奇智. 法国理性主义认识论的思想图景[J]. 中国社会科学, 2023, (7): 115-137; 206-207.
- [3] Bachelard, G. *Le Nouvel Esprit Scientifique*[M]. Paris: Presses Universitaires de France, 1999.
- [4] Davis, P. J., Hersh, R., Marchisotto, E. A. *The Mathematical Experience*[M]. Boston: Birkhäuser, 2012, 363.
- [5] 卡茨. 数学史通论[M]. 李文林、邹建成、胥鸣伟等译, 北京: 高等教育出版社, 2020, 48.
- [6] 克莱因. 西方文化中的数学[M]. 张祖贵译, 北京: 商务印书馆, 2021, 74.
- [7] 牛顿. 自然哲学之数学原理[M]. 王克迪译, 袁江洋校, 北京: 北京大学出版社, 2006, 4.
- [8] Kant, I. *Kritik der Reinen Vernunft*[M]. Hamburg: Verlag von Felix Meiner, 1956, A 23-30/B 37-45.
- [9] 克莱因. 古今数学思想(第三册)[M]. 邓东皋、张恭庆等译, 上海: 上海科学技术出版社, 2014, 50.
- [10] Poincaré, H. *La Science et l'Hypothèse*[M]. Paris: Flammarion, 2017.
- [11] Hempel, C. G. 'On the Nature of Mathematical Truth'[J]. *The American Mathematical Monthly*, 1945, 52(10): 543-556.
- [12] 格雷. 空间的思想: 欧氏几何、非欧几何与相对论[M]. 刘建新、郭婵婵译, 北京: 高等教育出版社, 2022, 37.
- [13] Carnap, R. *An Introduction to the Philosophy of Science*[M]. New York: Basic Books, 1974, 142-143.
- [14] Hilbert, D., Cohn-Vossen, S. *Geometry and the Imagination*[M]. Providence: AMS Chelsea Publishing, 2020, 245.
- [15] Wiredu, J. E. 'Kant's Synthetic A Priori in Geometry and the Rise of Non-Euclidean Geometries'[J]. *Kant-Studien*, 1970, 61(1-4): 7-8.
- [16] Borceux, F. *Geometric Trilogy I: An Axiomatic Approach to Geometry*[M]. London: Springer, 2014, 281-282.
- [17] 约斯特·伯恩哈德·黎曼论奠定几何学基础的假设[M]. 陈惠勇译, 北京: 科学出版社, 2021, 55.
- [18] Nicod, J. *La Géométrie dans le Monde Sensible*[M]. Paris: Librairie Félix Alcan, 1924.
- [19] Magnani, L. *Philosophy and Geometry: Theoretical and Historical Issues*[M]. London: Kluwer, 2001, 120.
- [20] 周星哲. 非欧几何哲学疑难: 共存难题与划界难题[J]. 哲学与文化, 2025, (2): 161-176.
- [21] Whitehead, A. N. 'La Théorie Relationniste de l'espace'[J]. *Revue de Métaphysique et de Morale*, 1916, 23(3): 423-454.
- [22] 内格尔. 科学的结构[M]. 徐向东译, 上海: 上海译文出版社, 2005, 283.
- [23] Vuillemin, J. *La Logique et le Monde Sensible*[M]. Paris: Flammarion, 1971, 230.
- [24] Glymour, C. 'Theoretical Equivalence and the Semantic View of Theories'[J]. *Philosophy of Science*, 2013, 80(2): 286-297.
- [25] Halvorson, H. *The Logic in Philosophy of Science*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2019, 234.
- [26] Walsh, S. 'Logicism, Interpretability and Knowledge of Arithmetic'[J]. *The Review of Symbolic Logic*, 2014, 7(1): 93-95.
- [27] Glymour, C. 'Theoretical Realism and Theoretical Equivalence'[J]. *Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association*, 1970, 275-276.
- [28] Pariente J. C. 'Rationalisme et Ontologie chez Gaston Bachelard'[A], Bitbol, M., Gayon, J. (Eds.) *L'Épistémologie française: 1830-1970*[C], Paris: Éditions Matériologiques, 2015, 250.

[责任编辑 王巍 谭笑]