

《逻辑哲学论》中的概率论

Probability Theory in *Tractatus*

石伟军 /SHI Weijun

(西安电子科技大学人文学院, 陕西西安, 710126)
(Faculty of Humanities, Xidian University, Xi'an, Shaanxi, 710126)

摘要: 本文论证《逻辑哲学论》中有两个不同的概率概念: 逻辑概率和认识概率。本文的结论是: 第一, 逻辑概率可被公理化, 但其应用具有局限性。第二, 一些解读者对《逻辑哲学论》5.152中的概率和独立的解读存在问题。第三, 认识概率是作为假设被接受的规律的逻辑推理的结果, 频率不能证实或者证伪这种规律。

关键词: 《逻辑哲学论》 逻辑概率 认识概率

Abstract: This paper delves into Wittgenstein's *Tractatus* to unearth the two distinct probability notions within it: logical probability and epistemic probability. Our study yields three pivotal conclusions. Firstly, the concept of logical probability is susceptible to an axiomatic framework, but its practical utility remains restricted. Secondly, the interpretations of 5.152 pertaining to probability and independence present certain challenges for some readers. Finally, epistemic probability emerges as a logical deduction derived from hypothetically assumed natural laws, impervious to empirical validation or refutation by observed frequencies.

Key Words: *Tractatus*; Logical probability; Epistemic probability

中图分类号: B81; O211 DOI: 10.15994/j.1000-0763.2025.08.005 CSTR: 32281.14.jdn.2025.08.005

一、导言

柯尔莫哥洛夫(A. N. Kolmogorov)的公理化概率论(K)是数学中正统的概率理论。在K中, 样本空间的 σ -代数中的任意一个事件被赋予一个概率($[0, 1]$ 区间的实数)。然而, K作为一个脚手架, 并无固定的解释, 从而对世界并无直接的言说。因此, 对于“概率是客观世界中的事件的客观性质吗?”“某个事件的概率一定是某个而非其它的值吗?”之类的

问题, K并未提供明确的答案。除了K, 还存在其他路径的概率理论, 如频率概率论、主观概率论、客观概率论和逻辑概率论等。然而, 很难将维特根斯坦的概率思想完全归入其中任何一种, 尽管在某种松散的意义上, 可以将其视为逻辑路径。这是因为他的概率思想与他更广泛的哲学兴趣, 特别是他对语言和世界结构的兴趣密切相关。正因为其独特性和不易分类, 我们有必要特别关注维特根斯坦的概率思想。

维特根斯坦的概率思想, 主要存在于《逻辑哲学论》^①码段5.1-5.156, ^{[1]-[3]}《哲学评论》

基金项目: 国家社会科学基金项目“弗雷格《算术的基本规律》翻译和研究”(项目编号: 23BZX068)。

收稿日期: 2023年8月1日; 返修日期: 2024年10月22日

作者简介: 石伟军(1987-)男, 甘肃白银人, 西安电子科技大学人文学院副教授, 研究方向为早期分析哲学、逻辑哲学和数学哲学。Email: shiweijun@xidian.edu.cn

①本文中“TLP”和“TLP*”分别指皮尔斯(D. F. Pears)和麦吉尼斯(B. F. McGuinness)的英译本以及奥格登(C. K. Ogden)的英译本。除非特别说明, 本文中的码段总指皮尔斯和麦吉尼斯的英译本中的码段。在需要大段引用TLP的码段的地方, 本文使用韩林合的译本。

第xxii节以及《哲学语法》第219-235页。^[4]
^[5]《逻辑哲学论》中有两种概率概念:逻辑的(5.15-1.153)和认识论的(5.155-5.156)。只有第二种概率概念在《哲学评论》和《哲学语法》中得到了延续。

根据第一种概率概念,概率是命题之间的逻辑关系,或者,一个命题的概率是使其为真的真值基础的数目与所有真值可能性的数目之间的比例。然而,这个概率定义存在一些问题。第二节将讨论这些问题,并在命题语言中精确定义“概率”及相关概念。

在第三节中,我们将在命题语言中将逻辑概率发展为一个公理化理论,推导一些重要定理,并讨论其应用性。

关于逻辑概率,TLP中的一些陈述需要特别澄清。例如,5.141中定义的“相同”不等同于数学-逻辑中的“相等”。对于与“独立”概念有关的部分,TLP的一些解读者,特别是韩林合和黄敏,对其解释中存在错误。这些问题将在第四节中讨论。

第五节将探讨TLP中的认识概率。对于一个事件,其认识概率是一种期望值或置信度。这个概率的度量是从一个“作为假设被接受的规律”中根据逻辑规则推导出来的。这些规律多种多样,且不能通过实验数据的频率来确定或否定。最后一节是结论。

二、《逻辑哲学论》中的概率概念

概率是命题之间的逻辑关系。命题是语言实体,即它们是可感的符号。基本命题是有意义(sinnvoll)的语言实体。一个基本命题和一个事态相对应;前者是后者的一个图像。因此,所有的命题(基本命题的函数)描述完全描述了世界(事态的总和)。

为了发展TLP中的逻辑概率思想,我们需要一个命题逻辑的语言L。L的逻辑常元是我们熟悉的命题连接词,非逻辑常元是表示基本命题的字母 e (可能带有下标)。假定E是所有基本命题构成的集合。

关于这个语言有几点需要注意。第一,由于TLP未说明事态从而基本命题是否有限,因此E可能是无限的。第二,语言L可能允许无限合取或者析取^①。第三,任意两个基本命题必须被假定为互不相等^②。第四,L中的每一个基本命题是有意义的,是事态的图像,不是可以随意解释的语言实体。

每个命题都是基本命题的真值函数;基本命题被称为真值函数的真值主目(truth-arguments)。基本命题是自己的真值主目。说一个命题是 n 个不同的基本命题的真值函数,就是说前者的真值由后者的真值决定。我们用拉丁字母,例如,“ p ”“ q ”“ t ”和“ r ”等,表示L中的任意命题。

TLP的定义“两个命题具有相同的真值主目”(have truth-arguments in common)是非常清楚的:命题 p 和 q 具有相同的真值主目,当且仅当, p 的任意一个真值主目都是 q 的真值主目,且反之亦然。

每个命题要么真要么假。给定 n 个基本命题,它们的真值可能性(truth-possibilities)有 2^n 个。在5.101中,维特根斯坦提到了单个命题的真值可能性:其真值主目的真值可能性。然后他用单个命题(真值函数)的真值主目定义单个命题的真值基础:如果 p 是 n 个基本命题的真值函数,那么在这 n 个基本命题的真值可能性中,那些使得 p 为真的真值可能性,就是 p 的真值基础。

在5.11中,维特根斯坦定义“推出”(follow from)之时,谈论的却是一组命题的真值基础。

①根据4.46,重言式肯定是基本命题的真值函数,例如,“ $e \vee \neg e$ ”是基本命题的函数,并且也是重言式。但是,在6.1201中,维特根斯坦说“ $\forall x f x \rightarrow f a$ ”也是一个重言式。这个命题是重言式的前提是它是基本命题的真值函数;从而它等价于“ $\bigwedge_{b \in E} f(b) \rightarrow f(a)$ ”,其中, b 是维特根斯坦所谓的简单名称, E 是所有简单名称构成的集合。若维特根斯坦是以客观方式而非以替换方式理解量词,那么,如果在TLP中对象有无限个,这种等价性意味着无限合取或者析取必须出现在语言L中。

②数学-逻辑意义上的相等: $x=y$ 当且仅当 x 和 y 具有相同的性质。

由于5.101中的“真值基础”只适用于单个命题，因此需要严格定义“一组命题共同的真值基础”。

假设 A 是 L 中的命题构成的一个集合。现在，有两种定义“ A 的真值基础”的方法。第一种定义所涉及的基本命题，仅仅是 A 中的命题的真值主目，另一种还涉及其它真值主目。我们用第一种。假设 $e_1, \dots, e_n$ 是所有出现在 A 的命题中的基本命题，则这 n 个基本命题的所有真值可能性中，那些使得 A 中的所有命题为真的，就是 A 的真值基础。

换言之，令 $V: E \rightarrow \{0, 1\}$ 为任意一个赋值函数，如果 n -元有序组 $V(e_i) (1 \leq i \leq n)$ 使得 A 中的任意命题 p 为真，则其就是 A 的真值基础。不难看出，5.101中的单个命题的真值基础，是 A 只含一个命题的特例。

有了如上概念，我们可严格定义“推出”“相同”“独立”和“概率”。对于 L 中的任意命题 p 和命题集 B ，令 $A=B \cup \{p\}$ 。根据5.11和5.122，“推出”可定义如下： p 从 B 中可推出，当且仅当，对于任意的赋值函数 V ，如果 n -元有序组 $V(e_i)$ 是 B 的真值基础，那么其是 p 的真值基础。根据5.141，“相同”(one and the same)的定义如下： p 和 q 相同，当且仅当， p 能从 q 推出，且 q 能从 p 推出。根据5.152， p 和 q 相互独立，当且仅当， p 和 q 没有共同的真值主目。

5.15中的概率定义如下：

如果 W_r 是命题“ r ”真值基础的数目， W_{rs} 是命题“ s ”的这样的真值基础的数目，它们同时也是和“ r ”的真值基础，那么我们就称比例 $W_{rs}: W_r$ 为命题“ r ”给予命题“ s ”的概率度^①。（[3]，p.65）

令 $A=\{p, q\}$ 。用 $|p|$ 和 $|pq|$ 分别表示命题 p

和 $p \wedge q$ 的真值基础的数目。 p 给予 q 的概率 $M(q|p)=|pq|/|p|$ ^②。

5.15中的概率定义类似于 K 中的条件概率。不过，我们可以在 L 中定义一个非条件概率。假定 t 是 L 中的任意一个重言式。令 $A=\{t, p\}$ 。不难看出， $|tp|=|p|$ 。命题 p 的概率可定义为： $P(p)=|p|/|t|$ 。这个定义是合法的： $P(p)$ 的值不依赖于 t 是哪个重言式^③。（[5]，p.263）（[6]，p.160）

维特根斯坦的概率定义存在几个问题。第一个问题和命题 p 的身份有关。如果 p 是矛盾式，那么 $|p|=0$ ，从而 $M(q|p)$ 没有定义，因为除法的分母不能等于0。

第二个问题——目前为止尚无人指出——和语言 L 有关。考虑如下情况：(i) L 允许无限合取或者析取，且(ii)基本命题有无限个。在这种情况下，考虑如下命题 p ：

$$\bigwedge_{i=1}^{\infty} (q_i \vee \neg q_i)$$

其中，所有的基本命题都出现在 p 中。如果 q 是基本命题，那么 $M(q|p)=1/2^{|E|}$ ，其中， $|E|$ 是集合 E 的基数（至少是阿列夫0）。在这种情况下， $1/2^{|E|}$ 没有定义。

解决第一个问题的方案是显而易见的。至于第二个问题，有两种解决方案。第一个方案是：假定语言 L 不同时满足(i)和(ii)，从而假定(1)要么维特根斯坦以替换的方式理解量词，或者TLP中构成世界基础的对象只有有限个，或者假定(2)基本命题从而事态只有有限个。注意：在TLP中，维特根斯坦只说事态由对象配置而成，而没有给出配置的方式，因此，就算对象只有有限个，从中也无法推出事态有无限个。第二个方案是：我们规定，对于任意的自然数 n ，如果 $|E|$ 是一个阿列夫，那

① “the measure of probability”最好翻译为“概率测度”，因为“measure theory”在数学里被翻译为“测度论”，且概率论就是一个关于测度的理论。

② 5.151中计算概率的方法仅局部有效：只适用于具有相同真值主目的命题。在4.442中，真值表被当作命题符号。在一个表示以 n 个基本命题为真值主目的命题的真值表中，前 n 列和 2^n 行是这些基本命题的真值可能性，而最后一列是该命题的真值。按照4.442中简化书写真值表的方法，基本命题 p 的真值表要么是 $(TF)(p)$ ，要么是 $(FT)(p)$ 。因此，5.151中计算概率的方法要么不适用于基本命题，要么任意两个基本命题给予对方的概率是1而非5.152中所称的1/2。

③ 通过对 p 含有命题连接词的数目进行归纳可知，此结论对任意的命题都成立。 p 的概率也可被定义为 p 的真值基础的数目和 p 的真值可能性的数目之间的比例。冯·赖特（G. H. Von Wright）和麦吉尼斯（B. McGuinness）采用该定义。这两个定义等价。

么 $n/2^{|E|}=0$; 否则, $n/2^{|E|}$ 是其自身。

这两个方案中, 第二个有优势。首先, 采取第一个会迫使维特根斯坦对某些本体论问题做出他事实上并未做出的承诺。其次, 第二种方案中的方法在数学中是常见的。

三、《逻辑哲学论》中的公理概率论和其应用性

仿照 K, 我们可将 TLP 中的逻辑概率思想发展为公理理论。为此需定义一个未出现在 TLP 中的概念, 即“不相容”。令 $A=\{p, q\}$, p 和 q 不相容, 当且仅当, 不存在 n -元有序组 $V(e_i)$, 使得其是 p 和 q 的真值基础。

令 Γ 是 L 中所有命题构成的集合。现构造一个具有如下性质的理论 W :

非负性: 对于任意命题 p , $0 \leq P(p) \leq 1$;

规范性: 对于任意重言式 p , $P(p)=1$;

有限可加性: 对于任意互不相容的命题 p 和 q , $P(p \vee q)=P(p)+P(q)$ ^①。([8], pp.10-11)^[9] 根据概率 P 的定义, 不难证明, 如上三条公理都为真。

与 K 相比, W 有几个明显的特征。第一, 在 K 中, 样本空间中的每一个事件都被赋予了一个概率, 但概率的具体值并没有给出。例如, 假设投掷 1 次硬币得到一个由 2 个事件构成的样本空间。根据 K , 这两个事件中的任意一个 p 都有一个概率, 但是, 这个概率是 $1/2$ 还是 $1/3$ 或者是其它什么的, K 对此并无任何断言。在 W 中, $P(p)$ 的值是固定的; 因为命题 p 是基本命题的函数^②。

第二, 即便 L 允许无限析取, 在 W 中概率可能不满足可列可加性。假定

$$q = \bigvee_{i=1}^{\infty} p_i$$

由于 q 是命题, $P(q)$ 是一个固定的值, 但 $\sum_{i=1}^{\infty} P(p_i)$

可能没有定义, 因为这个级数可能是发散的。

如下是 W 的一些定理, 其在 K 中都有对应物:

1. $P(p)=0$, 其中 p 为矛盾式。

2. 有限可加性: 若 n 个命题两两互不相容, $P(p_1 \vee \dots \vee p_n)=P(p_1)+\dots+P(p_n)$ 。

3. 否定命题的概率: $P(\neg p)=1-P(p)$ 。

4. 单调性: 若 q 可从 p 中推出, 则 $P(p) \leq P(q)$ 。

5. 析取公式: $P(p \vee q)=P(p)+P(q)-P(p \wedge q)$,
 $P(p \vee q \vee r)=P(p)+P(q)+P(r)-P(p \wedge q)-P(p \wedge r)-P(q \wedge r)+P(p \wedge q \wedge r)$ 。

6. 合取公式: 设 $P(q)>0$, 则 $P(p \wedge q)=M(p|q)P(q)$ 。

7. 全概率公式: 令 $p_1, \dots, p_n$ 为 L 中的重言式, 对任意的 q ,

8. 贝叶斯公式: 令 $p_1, \dots, p_n$ 为 L 中的重言式,

$$P(q)=\sum_{i=1}^n M(q|p_i)P(p_i)。$$

对任意的 q , 若 $P(q)>0$, 则

$$M(p_i|q)=M(q|p_i)P(p_i)/\sum_{i=1}^n M(q|p_i)P(p_i)。$$

在 W 中是否存在 K 的模型? 不存在。首先, K 中的概率适用于事件构成的集合, 而 W 中的概率只适用于单个命题或者命题的复合。其次, K 中关于差事件概率和独立事件的概率的定理, 在 W 中没有对应物。

如前所说, 和 K 不同, 在 W 中, 每一个的命题的概率是确定的。例如, 投掷一枚硬币, 可能发生事件 p (正面朝上) 或者 q (反面朝上)。现在的问题是, p 和 q 的概率是多少呢?

根据 W , 它们的概率值是固定的。不过, 我们无法确定其到底是多少; 因为我们无法确定它们是哪些基本命题的真值函数 (或者哪些事态构成的)。因此, 在严格的意义上, W 不具有应用性。然而, TLP 在基本命题和事态

① W 和魏斯曼 (F. Waissman) 的概率理论非常相似。魏斯曼为任何一个陈述引入了一个域。一个陈述为真, 只要它包含在这个域中。命题的蕴含和矛盾可以用域来定义。然后, 魏斯曼为每一个陈述 p 的域引入了一个测度 $\mu(p)$ 。关于魏斯曼的“域”和维特根斯坦的“域”之间的联系, 可参见海德伯格 (M. Heidelberger) 的论文。

② 没有必要区分事件的概率和命题的概率, 因为我们可以把事件当成事实或者事态, 而命题和基本命题就是分别描述它们的。此外, 维特根斯坦自己既谈论命题的概率, 又谈论事件的概率。

上的沉默,反倒给予了应用W的可能性。尽管每一个命题的值都是固定的,但在实际应用W的时候,我们可为其赋予任意值(在区间 $[0, 1]$ 中),正如同在应用K的时候,可为样本空间中的事件赋予任何值(在区间 $[0, 1]$ 中)一样。因此,在如上例子中,我们可以假 $P(p)=P(q)=1/2$,或者 $P(p)=2/3$ 且 $P(q)=1/3$ 。而这都不会和TLP冲突。

四、关于逻辑概率的几个问题

第一节假定任何两个基本命题互不相等。因此,(C1)任意两个基本命题是独立的。如果两个基本命题不独立,那么其含有共同的真值主目,从而这两个基本命题相等(基本命题中不出现逻辑常元),而这和假定矛盾。(C1)在TLP*5.152中得到了证实:“独立的命题(例如,任意两个基本命题)彼此给予的概率是 $1/2$ 。”([2],p.85)尽管TLP没有直接支持(C1)的码段,但间接证据表明,它在TLP中同样成立。一个基本命题是事态的图像;根据2.061,“诸基本事态彼此独立。”([3],p.11)因此,既然基本命题是事态的图像,2.061蕴含(C1)。

除了(C1),TLP*5.152还断言:

(C2)任意两个基本命题给予对方的概率是 $1/2$;

(C3)任意两个相互独立的命题给予对方的概率是 $1/2$ 。

假定 p 和 q 是基本命题,那么, $p \vee \neg p$ 和 $q \vee \neg q$ 相互独立;但其相互给予对方的概率是1而非 $1/2$ 。因此,(C3)不成立;且其未出现在TLP5.152中。

1. 黄敏和韩林合的解读

TLP的解读者,尤其是黄敏和韩林合,对TLP*5.152和TLP5.152提出了令人匪夷所思的解读。根据黄敏的观点:

(1)命题 p 和 q 相互独立,这就是说它们

不共有真值基础,由此应该得到的条件概率似乎为0。但维特根斯坦说是0.5,这是为什么呢?(2)这里要注意,所谈论的真值基础是一切基本命题,而不仅包含那些作为真值主目的基本命题。为说明这一点,我们假定 p 的真值主目的是基本命题 x , q 的真值主目的是基本命题 y ,它们彼此独立。可以假定有下列真值表:

x	y	p	q
T	T	T	F
T	T	T	T
F	T	F	F
F	F	F	T

在这个表中 p 的真值依赖于 x 而不依赖于 y 。这一点表现为当 x 为真时, p 总为真, x 为假时 p 总为假;而当 y 为真或为假时, p 既有真又有假的情况……由这个真值表可以看到, p 的真值基础是前两列, $T_p=2$ 。在这前两列中 q 为真的情况是第二列^①,也就是说 p 与 q 共有的真值基础是第二列^②, $T_{pq}=1$ 。于是就得到 $T_{pq}:T_p=0.5$ 。(3)这个例子容易推广到把一切基本命题都包含在内的情况……(4)这个结论是非常合理的。两个无关的事件,当其中一个发生,那么另一个发生的条件概率就是0.5。相对于前者而言,后者同等地可能发生也可能不发生,这是因为前者根本不决定后者是否发生^③。([10],pp.407-408)

注意:在这段引文中, p 和 q 是任意命题。

(1)表明黄敏将(C3)视为真并企图为之辩护^④。因此,总体来说他的解读是错误的。

黄敏的观点(1)包括两个断言:

(1.1)如果两个命题 p 和 q 相互独立,它们不共有真值基础;

(1.2)如果两个命题 p 和 q 不共有真值基础, p 和 q 彼此给予对方的概率为0。

先考察(1.1)。这个断言令人匪夷所思。根据5.152中的独立定义, p 和 q 相互独立,当

①在此,黄敏想说的应该是“第二行”而非“第二列”。

②同上。

③索引(1)-(4)为本文作者所添加不为原文所有。

④黄敏没有注意到TLP和TLP*的码段5.152之间的区别。

且仅当它们没有共同的真值主目(而非真值基础)。从这个定义能否推出(1.1)? 答案是不能。例如,假设 p 和 q 是两个基本命题(从而不相等),那么 $p \vee \neg p$ 和 $q \vee \neg q$ 相互独立,但其具有相同的真值基础。既如此,黄敏为何断言(1.1)呢?

答案是:黄敏使用的“独立”定义,和维特根斯坦的不一样。无论黄敏是否将5.152中的真值主目误解成了真值基础,他所使用的“独立”概念应该是这样定义的:

(D1) L中的任意两个命题 p 和 q 相互独立,当且仅当它们没有共同的真值基础。

然而,根据(D1),一方面,(1.2)成立,另一方面,(C3)成立:这是个矛盾。黄敏试图消解它。他的方法是(2):尽管出现在一组命题 A 中的基本命题可能只有有限个,但在讨论 A 的真值基础的时候,我们还应该考虑没有出现在 A 中的命题中的基本命题。根据黄敏,(D2)任意的 $|E|$ -元有序组是 A 的真值基础,当且仅当其使得 A 中的每个命题都为真。有了定义(D2),他打算在 $|E|=2$ 的情况下消解矛盾,然后将其推广到 $|E|$ 为任何基数的情况,正如他的评论(3)所表明的那样。注意:在引文的例子中, p 和 q 被假定为相互独立((D1)中定义的“独立”)。在此假定下,根据(D2), p 和 q 相互给予对方的概率是 $1/2$ 。

然而,黄敏未能消解那个矛盾,因为 p 和 q 独立这个假定不成立。之所以如此,是因为根据(D1), p 和 q 有共同的真值基础,即如上真值表中 x 和 y 所属的第二行。

黄敏的定义(D2)只在 $|E|$ 有限的情况下适用。为了看清这一点,令 $|E|$ 为某个阿列夫。此时,所有的真值可能性有 $2^{|E|}$ 个。假定 p 和 q 是基本命题。在这些真值可能性中,使得 p 为真的有 2^λ 个,而使得 p 和 q 同时为真的有 2^γ ,其中, $\lambda+1=|E|$, $\lambda+2=|E|$ 。于是, p 给予 q 的概率为 $2^\gamma/2^\lambda$ 。但是, $\lambda=\gamma$,且无限基数之间的除法没有定义,而这和(C3)相矛盾。

评论(3)是错误的。(2)中的 p 和 q 互相给予对方的概率是 $1/2$,但根据(D1),其不相

互独立。因为(2)中的 p 和 q 总是(3)中的例子,所以(4)中的理由不成立。

和黄敏不一样,韩林合注意到,(C3)在TLP中被放弃了。关于5.152,他评论说:

按照论题5.152中的定义,(i)彼此没有共同真值主目的诸命题相互独立。这样 $p \vee \sim q$ 和 $p \sim q$ 应是相互独立的。但是, $p \vee \sim p$ 给予 $q \sim q$ 的概率为0,而 $q \sim q$ 给予 $p \vee \sim p$ 的概率是 $0/0$ (未定)。(ii)假定我们这样来定义互相独立性(实际上,维特根斯坦就是这样定义基本命题的互相独立性的)(D3):两个命题是互相独立的,当且仅当从一个命题的真或假推导不出另一个命题的真或假。按照这个定义, $p \vee r$ 和 $q \vee r \vee s$ 是相互独立的,尽管它们含有共同的真值主目。但是,这时二者彼此给予的概率也不是维特根斯坦要求的 $1/2$ ……不过,基本命题倒是符合这两个定义中的任何一个。正因如此,(iii)任意两个基本命题,比如 p 和 q ,给予彼此的概率的确是 $1/2$ 。请看如下表格:

p	q	p	q
T	T	T	F
T	F	T	T
F	T	F	T
F	F	F	F

从该表格中可以看出, p 和 q 均有两个真值基础,而且只有一个共同的真值基础。所以彼此给予的概率必为 $1/2$ 。(iv)另外在谓词逻辑的简单命题的意义下,如果它们在第二种意义下是互相独立的(显然,它们在第一种意义下是互相独立的),那么它们彼此给予的概率也是 $1/2$ ^①。([11], pp.200-201)

在引文结束的地方有个脚注。在那里,韩林合指出引文观点来自冯·赖特。^[6]

(i)是正确的。在TLP*和TLP中,维特根斯坦使用的“独立”定义是一样的,即5.152中的定义。因此,很奇怪的是,在(ii)中,韩林合断言(D3)是基本命题的“独立”定义。

这个断言令人匪夷所思。首先,即便按照(D3),基本命题相互独立,且互相给予对方的概率是 $1/2$,那也不能证明维特根斯坦实际上

①索引(i)-(iv)和(D3)为本文作者所添加不为原文所有。

如此定义基本命题的独立性。(假设B成立,且“如果A,那么B”成立。现在,没有任何逻辑规律保证从B和“如果A,那么B”推出A。而这恰恰是韩林合的推理!)

其次,在TLP中,维特根斯坦从未明确陈述过(D3)。再者,如果维特根斯坦用(D3)定义“基本命题的独立”,又用5.152定义“命题的独立”,那么,由于基本命题也是命题,他应该指出基本命题的这两个独立定义是否等价。但在TLP中并未有此事。事实上,在TLP中,只有“命题的独立”的定义,即5.152中的定义。

最后,(D3)中的“推导”的意义不明确。不过,根据(iv),韩林合所说的“推导”,就是逻辑中所说的“可证明”——这是个句法而非语义概念^①。在一阶逻辑中,“独立”是这样定义的:对于任意两个句子 p 和 q , p 独立于 q ,如果 p 从 q 不可证明。为了证明 p 独立于 q ,人们经常使用模型法:如果找到一个模型使得 p 为假且 q 为真,那么 p 独立于 q 。在引文的真值表中,因为在第3行中, p 为假,而 q 为真,所以韩林合说 p 独立于 q 。但是,维特根斯坦肯定没有使用“可证明”意义上的“推导”来定义“独立”。因为这个意义上的“推导”,建立在严格描述语言(定义一个语言中的项,公式,句子,推理规则等等)的基础上的。但是,TLP中根本没有这样的严格描述,并且更糟糕的是,在5.132中推理规则被拒斥为“是空洞的,是多余的”。([3], p.63)

2. 相同、相等和独立

TLP中涉及“推出”“相同”“独立”和“概率”的码段,除了5.134、5.152和5.142,还有如下:

4.465 一个同语反复式和一个命题的逻辑积与该命题说出了相同(the same as)的东西。因此,这个逻辑积与该命题是相同的(identical)。([3], p.57)

不难证明,除了4.465,其余都成立。

然而,4.465只在如下情况下成立:5.141和4.465中的“相同”(the same as, identical)和数学逻辑中的“相等”不是同一个概念。否

则,假定 p 和 q 是基本命题,我们无法判断 p 和 $p \wedge (q \vee \neg q)$ 是否相同。这是因为,如果这两个概念是同一个概念,我们无法判断基本命题 p 和 q 是否相同。人们会倾向使用如下论证,来证明 p 和 q 不相同:假定如下真值表:

p	q
T	T
T	F
F	T
F	F

因为 p 和 q 都是自己的真值函数,从而第二行是 p 但不是 q 的真值基础。因此,按照5.141中“相同”的定义,它们不相同。但是,这个论证已经假定 p 和 q 是不相等的;因为如果它们相等, p 不可能既为真又为假(在第2和3行)。

黄敏和韩林合都认为,TLP中有一种和5.152中的“独立”定义不同的定义。这种企图可能源自于如下焦虑:5.141中“相同”定义和5.152中的“独立”定义会导致两个相同的命题是相互独立的。例如, $p \vee \neg p$ 和 $q \vee \neg q$ 是相同的,其中, p 和 q 是基本命题,但它们是相互独立的。然而,说“两个相同的命题是相互独立的”并无任何逻辑矛盾,尽管说“两个相等的命题是相互独立的”可能是逻辑矛盾的。

五、《逻辑哲学论》中认识论的概率概念

根据TLP中的逻辑概率,说“一个命题 p 的概率 $P(p)=1/m$ ”就是说“在 p 的 2^n 个真值可能性中,有 m 个使得 p 为真”,其中, p 是 n 个基本命题的真值函数。根据这个概念,无论我们在某一个刻拥有的知识集合 Q 是怎么样的,其都不会改变一个用来描述将来事件的命题 p 的概率,也不会改变一个描述过去已经发生或者过去未发生事件的命题 p 的概率。然而, Q 会影响 p 的确证度或者“期望状态”。([5], p.231)如下称这种确证度为“认识概率”。

认识概率出现在TLP 5.154–5.156中。假设

^① (D3)中混杂着句法概念(推导)和语义概念(真和假),这也不符合谓词逻辑中的“推导”的定义。

一个箱子有两个球,一个白球,一个黑球。在一次抽取中,我们记事件 p 为“取到白球”,记事件 q 为“取到黑球”。维特根斯坦说:

5.154 这时,如果我说:我取出白球和取出黑球的概率是一样的,那么这就意味着:我所知道的所有情况(包括作为假说而假定的自然律)给予其中的一个事件发生的概率并不比给予另一个事件发生的概率高。这就意味着它们给予每一个的概率都是 $1/2$ (从上面的说明很容易得出这点)。([3], p.66)

这里所谈的不是5.151中的逻辑概率,因为要计算一个命题的逻辑概率,那么必须知道它是哪些基本命题的真值函数。但显然的是,在此根本未提及 p 和 q 是哪些基本命题的函数,况且这也是不可能的。这里所谈的概率是认识概率,其在5.155中得到了明确表达:

5.155 概率命题的单位是:(一般来说我缺乏进一步了解的)诸情况给予一个特定事件的发生以某某概率度。([3], p.66)

正如布兰科(Max Black)所说,这里出现了一种新的概率。([12], p.250)

我们对其没有进一步了解的那些条件给予一个具体事件 p 以某种概率,就是说, p 的概率是从这些条件中推出来的。换言之,存在一个或者一组被当作假设接受的规律 G (全称命题),从中可用逻辑的方式推出 p 的概率。作为全称命题的规律才具有一般性或者普遍性(generalization),这就是为何“概率是一种一般化”的原因。([3], p.66)而 p 的概率是从 G 中推出的,即“概率命题可以说是其它命题的节录(extract)。”([3], p.67)

如何确定认识概率呢?让我们回到5.154的引文。令 Q 为所有我们知道的条件(包括作为假说被接受的规律 G)。 Q 给予 p 的概率 $E(p|Q)$ 和给予 q 的概率 $E(q|Q)$ 是多少?当然,如果将要取到一个白球和黑球的机会是等可能的,那么 $E(p|Q)=E(q|Q)=1/2$ 。这是一个形如“如果 A ,那么 A ”的推理。现在的问题是:取到白球和

黑球是等可能的吗?

我们可能会给出肯定回答,并用不充分理由原则或者无差别原则为其辩护。然而,这不是维特根斯坦的做法:

骰子是同质的且每一面是完全是相同的,且我熟悉的自然规律不会告诉我投掷骰子的结果等等事实,并不会给予我充分的理由,用以推出在所投掷的数字中,数字1-6的分配大概是平均的。相反,将会出现这样一种分派这个预测,包含一个关于那些我恰恰不知道的自然规律的假设:它们将会产生这个分派的这个假设。([4], p.291)

在我们的情况下,这个自然规律的形式是:这六面中的任何一面向上都是等可能的。([4], p.290)

假若我们断言 A (取到白球和黑球的机会是相等的),这并非是因为我们的知识既不偏袒 p 也不偏袒 q ,正如无差别原则所说的那样。根据维特根斯坦, A 预设了某些我们不知道的自然规律 G :在任何一个正常有放回的随机实验中,每一次取得黑球和白球是等可能的。然后我们使用逻辑规则,从 G 推出 A (从而从 Q 中推出 A)。

在一个随机实验中,对于那些我们没有完全知识的事件的概率,维特根斯坦的观点是,其概率值可以是任意的,因为“其它任意的规律同意是允许的”。([4], pp.195-196)这里的“规律”就是“包括作为假说被接受的规律”。在之前提到的随机试验中,我们可以认为 Q 包括一个规律 R 而非 G ,使得 $E(p|Q)=1/3$, $E(q|Q)=2/3$ ^①。

人们或许会认为在不同的规律中,应该接受一些而非另一些,因为频率倾向于支持某些而非另一些规律。例如,在上面的例子中,人们会认为随机实验得到的频率倾向于支持 G 而非 R 。因此,那些作为“假说被接受的规律”(其规定了具体事件的概率),应该根据关于频率的经验数据而被修正。

但是,这种观点是错误的:频率并不能决

①这里任意的规律并不是绝对任意的。例如,我们就不能假定一条这样的规律,其使得 p 和 q 的概率都是0,因为我的知识告诉我们 p 和 q 中总有一个会发生。

定哪一个概率是正确的。原因有两个。第一个维特根斯坦已经指出来了：“我们计算出的概率和我们实际所观察到的任意的频率都是相容的，因为它留出了时间。”（[4]，p.292）（[5]，p.234）在某一个 n 重随机实验中，即便 $N(p)$ 和 $N(q)$ ——在 n 次抽取中 p 和 q 发生的次数——非常接近甚至相等，这也不能证伪规律 R ；因为这个实验只做了 n 次，如果再做 n 次，那么没有任何东西可以保证 p 和 q 的频率接近或者相等的。

第二，根据伯努利大数定理，频率和概率之间的偏差很大的概率很小，即对任意的 $\epsilon > 0$ ，都有 $\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|N(p)/n - P(p)| > \epsilon\} = 0$ ，其中 $P(p)$ 是 p 的概率，而 $P(X=x_i)$ 是随机变量 X 的概率分布函数， x_i 是 n 次实验中 p 可能发生的次数。（[13]，pp.284–286）不过，即便 $E(p|Q)=1/3$ 而非 $1/2$ ，这也不违背大数定理。

同将某个事件的概率从某个作为假说被接受的规律中推出类似，事件之间的独立或者不独立也是以类似的方法确定的。假设根据某个实验，当 n 变得越来越大时， $N(p)$ 和 $N(q)$ 趋向于相等。维特根斯坦说：

5.154我通过这个实验所证实（verify）的东西是：这两个事件的发生是独立于我缺乏进一步了解的那些情况的。（[3]，p.66）

这个表述很容易使人产生误解：刚才提到的这个实验，证实了相对于“作为假说被接受的规律” p 和 q 是独立发生的。这种误解出现在很多TLP的解读那里。例如，黄敏说：

我所知的所有情况使黑球（白球）出现的概率并不比使白球（黑球）出现的概率大。这也就是说，所有的周边情况使这两个事件出现的概率都是0.5。结合5.152就会知道，这两个事件独立于这一切情况^①。（[10]，pp.410–411）

黄敏所说的5.152指的是TLP*5.152。在那儿，

维特根斯坦断言（C3）。我们已经指出（C3）是假的。假设其为真，纵然如此，从（C3）和“这两个事件出现的概率都是 $1/2$ ”出发，无法推出“这两个事件 $[p$ 和 $q]$ 独立于这一切情况”。

和黄敏不一样，布兰克提醒我们注意这个极易产生的误解：

应该注意的是：没有观察能表明关于白球和黑球出现的命题是相互独立的；因为这必须是一个必然的真理。观察者假定某些使得 a 和 b 同等可能的相关假设 h 为真。观察仅仅能证实（confirm） h 的真：然后， a 和 b 的同等可能性通过严格的推理可推出来。正如维特根斯坦所做的，说观察证实相对于 h ， a 和 b 是独立的，这会引起误解。（[12]，p.250）

我们已经看到，维特根斯坦认为，如果 p 和 q 的概率相等，那么这种相等是从某个规律 G 中推出来的。一旦我们假定规律 G ，那么 p 和 q 的等可能性就可以从 G 中推出来。相互独立也是类似的：说 p 和 q 是相互独立的，是因为我们预先假定了一个规律，然后从其中逻辑地推出了 p 和 q 的相互独立性。这个规律就是所谓的“必然真理”^②。

结 论

本文论证TLP中有两个不同的概率概念。本文将其中的逻辑概率发展为了公理理论，推导了一些定理，并讨论了其在应用性方面具有的局限和这种局限的根源。此外，本文纠正了TLP中的逻辑概率定义所存在的一些问题，指出“相同”和“相等”不是同一个概念，且TLP的一些解读对5.152的解读存在的问题。最后，本文指出TLP中还存在一个作为期望值或置信度的认识论意义上的概率。

无论是逻辑概率，还是认识概率，概率命题都无意义（Sinnlos），不是世界的图像，对

①在5.154中，维特根斯坦没有断言说：如果我说，我将取到白球和黑球是等可能的，那么，这意味着我所知道的一切情况使得取到白球和黑球的概率是相等的。他没有断言：我所知道的一切情况使得取到白球和黑球的概率是相等的。因此，当黄敏说“所有的周边情况使这两个事件出现的概率都是 $1/2$ ”的时候，他已经误解了维特根斯坦的意思。

②布兰克用“必然真理”这个词旨在表明，这两个命题之相互独立不是由这个实验确证的，而是先天被给定的，即从 h 中推出来的。

世界无所言说。换言之,和命题“这朵花是红色的”不一样,命题“ p 的概率是 $1/m$ ”,并未将某个性质归属给一个对象。逻辑概率由世界或者命题的结构决定,命题(或事件)的逻辑概率是固定的;作为期望值的认识概率不是固定的,因为存在很多不能由频率证实或者证伪的规律。

[参考文献]

- [1] Wittgenstein, L. *Tractatus Logico-philosophicus* [M]. New York: Humanities Press, 1961.
- [2] Wittgenstein, L. *Tractatus Logico-philosophicus* [M]. London: Routledge & Kegan Paul, 1922.
- [3] 路德维希·维特根斯坦. 逻辑哲学论 [M]. 韩林合译, 北京: 商务印书馆, 2013.
- [4] Wittgenstein, L. *Philosophical Remarks* [M]. Oxford: Basil Blackwell, 1975.
- [5] Wittgenstein, L. *Philosophical Grammar* [M]. Oxford: Basil Blackwell, 1974.
- [6] Von Wright, G. H. 'Wittgenstein's Views on Probability' [J]. *Revue Internationale de Philosophie*, 1969, 23(2): 259-283.
- [7] McGuinness, B. 'Wittgenstein on Probability' [J]. *Grazer Philosophische Studien*, 1982, 16(1): 159-174.
- [8] Waismann, F. *Vienna Circle Collection: Philosophical Papers* [M]. Vol. 8. McGuinness, B. F. (Eds.) Boston: D. Reidel Publishing Company, 1977.
- [9] Heidelberger, M. 'Origins of the Logical Theory of Probability: Von Kries, Wittgenstein, Waismann' [J]. *International Studies in the Philosophy of Science*, 2001, 15(2): 177-188.
- [10] 黄敏. 维特根斯坦的《逻辑哲学论》——文本疏义 [M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2010.
- [11] 韩林合. 《逻辑哲学论》研究 [M]. 北京: 商务印书馆, 2007.
- [12] Black, M. *A Companion to Wittgenstein's "Tractatus"* [M]. New York: Cornell University Press, 1964.
- [13] 李贤平. 概率论基础 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2010.

[责任编辑 王巍 谭笑]