· 人物评传 ·

狄利克雷：德国数学崛起的推动者

Dirichlet: The Promoter of the Rise of German Mathematics

张红星 /ZHANG Hongxing　王昌 /WANG Chang　赵继伟 /ZHAO Jiwei

（西北大学科学史高等研究院、陕西省文化遗产数字人文重点实验室，陕西西安，710127）
(Institute for Advanced Study in History of Science, Northwest University,
Shaanxi Provincial Key Laboratory of Cultural Heritage and Digital Humanities, Xi'an, Shaanxi, 710127)

摘　要：狄利克雷是德国著名的数学家和数学教育家，毕生致力于推动德国数学走向强盛。他在年少时就立下志向，并执着坚守，在洪堡、高斯等杰出人物相助之下，逐步成长为数学巨匠，在数论等诸多数学领域做出独创性贡献。他积极投身德国高等数学教育，创建了多门课程教学范例，显著提升了德国数学专业教学水平，培养了包括戴德金、黎曼在内的大批数学英才，最终使得世界数学的中心由法国转移到德国。作为推动德国数学崛起的重要人物，他的成功历程至今仍具有启发意义。

关键词：狄利克雷　数论　数学教育　洪堡　高斯

Abstract: Dirichlet was a famous German mathematician and mathematical educator who devoted his whole life to promoting German mathematics. He set up his ambition at a young age and persisted in it tenaciously. With the help of Humboldt, Gauss and many other distinguished figures, he gradually grew into a mathematical giant and made original contributions in many mathematical fields, especially in number theory. He actively participated in higher mathematics education in Germany, created curriculum models, significantly improved German mathematics teaching level, cultivated a large number of mathematical talents including Dedekind and Riemann, and ultimately moved the center of mathematical world from France to Germany. As an important figure in promoting German mathematics, his success is still of enlightening significance today.

Key Words: Dirichlet; Number theory; Mathematics education; Humboldt; Gauss

中图分类号：K811; O156　DOI: 10.15994/j.1000-0763.2025.06.014　CSTR: 32281.14.jdn.2025.06.014

狄利克雷

古斯塔夫·勒热纳·狄利克雷（Gustav Lejeune Dirichlet, 1805–1859）是19世纪德国著名数学家、杰出的教育家，柏林科学院、巴黎科学院、圣彼得堡科学院等多国院士，1854年获德国科学与艺术最高奖——功勋勋章。他最早系统运用分析方法研究数论问题，被誉为“解析数论之父”。他致力于研究与传播高斯的《算术研究》，是首位完全理解其内容的数学家，并在剩余理论、二元二次型等多个数论分支做出了开创性

基金项目：国家自然科学基金天元项目“《大术》译注与研究”（项目编号：12226503）；西北大学研究生科研创新项目“《数论讲义》译注与研究”（项目编号：CX2024244）。

收稿日期：2024年9月10日

作者简介：张红星（1998–）男，山东泰安人，西北大学科学史高等研究院、陕西省文化遗产数字人文重点实验室博士研究生，究研究方向为近现代数学史。Email: qlbzhx@163.com

王　昌（1980–）男，陕西泾阳人，西北大学科学史高等研究院、陕西省文化遗产数字人文重点实验室教授，研究方向为近现代数学史。Email: heart_cw@126.com

赵继伟（1975–）男，山东聊城人，西北大学科学史高等研究院、陕西省文化遗产数字人文重点实验室副教授，研究方向为数学史。Email: xbdxzjw@163.com（通讯作者）

成果，促进了数论的发展。他与高斯、雅可比（C. G. Jacobi）等人一起奠定了德国19世纪上半叶的数学基础。作为教育家的狄利克雷，是一位鼓舞人心的导师，他通过开设数学前沿课程，提高了德国数学教育水平，同时亲自指导了黎曼、戴德金（R. Dedekind）、艾森斯坦（F. Eisenstein）和克罗内克（L. Kronecker）等一大批年轻人，他们推动了世界数学的中心由法国转移到德国，开启了德国数学的黄金时代。

对于狄利克雷，国内外已有若干研究，[1]–[11] 这些文献对于他的生平和成就进行了概述，但目前尚没有文献对其成才原因与教育成就进行系统分析。本文基于狄利克雷的通信、档案及原始论文，力图在介绍其生平时，聚焦影响他成才的关键历史细节，进而着重探讨（1）他受到了哪些关键人物的影响；（2）他的主要数论成就及其与高斯的关联；（3）他的教育贡献及其对德国数学发展的影响，并希望通过此项工作使读者对其数学研究与教学经历有更全面的认识。

一、狄利克雷的教育与工作经历

1805年2月13日狄利克雷出生于德国莱茵河畔的迪伦（Düren），其祖父来自比利时的小镇里什莱特（Richelette），而“狄利克雷”这个词语的本意是指“来自里什莱特”。他的父亲约翰·狄利克雷（J. Dirichlet）早期从事布料生意，后来担任迪伦的邮政局长；他的母亲伊丽莎白·林德纳（E. Lindner）生于布料商人之家，受过良好的教育。

1. 教育经历

像高斯、伽罗瓦（É. Galois）等大数学家一样，狄利克雷自幼便表现出对数学的浓厚兴趣和天分，他在迪伦上小学时，其数学才能就已随着学习的不断深入而逐渐凸显。由于子女众多，狄利克雷的家境并不宽裕，但为了给他提供更好的教育，父母还是将他送到教育水平更高的波恩和科隆上中学。在高中阶段，狄利克雷决心以数学为终生志业，而父母却希望他学习法律以保证安稳的生活，为此他说道：“如果你们要求，那么我会顺从你们，但我不能放弃我最喜欢的研究，至少会把夜晚奉献给它。”（[1]，p.314）最终，狄利克雷对数学的执着赢得了父母的理解和支持。

19世纪初德国数学的整体水平并不突出，而法国巴黎当时是世界数学中心，许多大数学家都在那里工作，如柯西、傅里叶、拉普拉斯、勒让德（A. M. Legendre）等。他们除了从事研究外，也开设各种数学课程。狄利克雷渴望直接向数学大师学习，因此他高中毕业后前往巴黎深造。

1822年5月，狄利克雷开始在法兰西公学院和巴黎理学院学习数学课程，这两所学校是当时法国重要的高等教育机构。期间他聆听了拉克鲁瓦（S. F. Lacroix）、毕奥（J. B. Biot）、阿谢特（J. Hachett）等数学家的讲座，这不仅拓宽了他的数学眼界，也为他日后的学术研究奠定了基础。同年秋季，狄利克雷开始阅读高斯的《算术研究》，这本书对他的影响非常大，他将其视为数学圣经并随身携带，对其内容持续进行了深入研究，从而成为第一位完全理解该书内容的数学家。

1823年夏，狄利克雷受雇于福伊（S. Foy）将军，为其家庭成员授课。福伊将军是颇具声望的众议院反对党领袖，这份工作解决了狄利克雷的经济问题，同时也为他提供了许多与各界名士交流的机会，对其个人发展产生了积极影响。经过两年多勤奋刻苦的学习与研究，狄利克雷于1825年7月在法国科学院报告了他的处女作“论某些五次方程的不可解性”，其中他证明了方程$x^5+y^5=z^5$没有整数解。（[12]，pp.1–46）这项工作是对数论难题费马大定理的推进，此前仅有欧拉和费马分别证明了n为3和4两种情形。法国科学院曾在1816年首次就这个难题设立大奖，当时最顶尖的数学家高斯和柯西均未能取得突破，高斯甚至悲观地认为这个定理无法证明。[13] 作为狄利克雷论文审稿人的拉克鲁瓦和勒让德对他的工作给予了高度评价：“我们认为，这篇论文包含一些迄今为止非常困难且很稀缺的新成果，值得科学院批准并发表在《外国学者文集》。”（[3]，p.20）

虽然狄利克雷当时年仅20岁，未经过系统的数学训练，甚至没有高等教育学位，但是他却推进了一个长期困扰数学界的数论难题的解决，这使他在巴黎科学界名声大噪，从而得到傅里叶、泊松以及旅居巴黎的德国同胞洪堡（A. von Humboldt）等著名学者的帮助和支持；也使他更加坚定了从事数学研究的信心，而阿贝尔（N. H. Abel）和伽罗瓦在法国科学院的不幸遭遇则与他形成了鲜明对比。

1825年11月福伊去世，狄利克雷不得不另谋出路，在洪堡等人的帮助下准备回国去布雷斯劳大学工作。在回国之前，他于1826年10月参加了巴黎的一次会议，期间拜访了24岁的阿贝尔，后者在致其老师霍尔姆伯（B. M. Holmboe）的信中称“狄利克雷先生是一位极具洞察力的数学家”。（[4]，p.8）

2. 工作经历

1827年，狄利克雷在去布雷斯劳大学就职途中专程拜访了高斯，向他传递了傅里叶的数学观点，高斯惊讶地发现他自己的某些观点与傅里叶不谋而合。入职后，狄利克雷发现当地没有能与他进行数学交流的同行，因此希望转到数学研究氛围更浓厚的柏林。此时洪堡已返回柏林定居，他希望把柏林建设成世界科学研究中心，在其帮助下，狄利克雷从1828年10月起转到柏林军事学院任教。但狄利克雷希望去更好的大学发展，他1829年开始在柏林大学授课，两年后正式调到柏林大学任副教授，并于1832年成为柏林科学院最年轻的院士，年仅27岁。由于经济压力，狄利克雷在柏林期间还一直身兼军事学院的数学教学，这使他的工作非常繁重。

此时狄利克雷与洪堡的交流与合作变得更加密切。他参与了洪堡组织的天文观测，地点位于银行家亚伯拉罕·门德尔松（A. Mendelssohn）的家中。自此他与银行家的女儿丽贝卡·门德尔松（R. Mendelssohn）相识相爱，并于1832年结婚，他们育有三儿一女。他们的大儿子出生后，懒于写信的狄利克雷甚至没有告知他的岳父，亚伯拉罕在致丽贝卡的贺信中不满地说道：“我不祝贺狄利克雷，至少不会在信中祝贺，因为甚至在这种情况下，他连一个字都没有给我写，至少他可以写成2+1=3”。（[4]，p.14）狄利克雷一生都在平静地从事教学研究工作，唯一的例外是，在1848年三月革命期间，他扛起步枪，和当时还是学生的黎曼都参加了保护公共机构的市民自卫军。（[4]，p.30）

柏林时期是狄利克雷人生中的主要阶段，在此期间，他和性格与其互补的雅可比建立起亲密友谊，雅可比性格外向、活泼机智，而狄利克雷则性情内敛、含蓄儒雅。两人不仅一起讨论数学问题，还相互支持。狄利克雷在雅可比出版著作以及生病就医时都施以援手，而雅可比得知狄利克雷因经济困难打算去海德堡大学工作后，特意致信国王威廉四世，请求他提高狄利克雷的待遇：“狄利克雷是无可替代的，因为据我所知，除了哥廷根的高斯和巴黎的柯西之外，当代数学家都不能和他相提并论，他的离开不仅将使我在研究工作中孤立无援，而且普鲁士在所谓的精密科学领域也无法再像过去那样与其他国家竞争了。”（[2]，pp.54–55）此后柏林大学确实提高了狄利克雷的待遇。1851年雅可比去世，狄利克雷在柏林科学院发表了纪念雅可比的演讲，组织出版了雅可比全集，并主动照顾他的孩子。

1849年，哥廷根大学庆祝高斯获得博士学位50周年，狄利克雷和雅可比都参加了这次活动。据雅可比所述，当时高斯心情很好，他正准备用其《算术研究》的一张手稿点烟斗，狄利克雷看到后急忙夺过手稿，将其视为至宝并终身珍藏。狄利克雷去世后，人们从他的文件中找到了这张手稿。

1855年2月23日高斯去世，哥廷根大学的成员一致希望狄利克雷来接替高斯的位置。狄利克雷接受了邀请，他在柏林大学的职位由库默尔（E. Kummer）接任。狄利克雷在哥廷根不仅能够投入更多的时间进行数学研究，而且与戴德金、黎曼等年轻一代进行了富有成效的交流。

1858年夏季，狄利克雷心脏病发作，几乎致命。经过休养，他的身体一度逐渐好转，但同年12月1日他妻子的突然去世对他造成了重大打击，这使他的病情开始恶化，卧床5个多

月后于1859年5月5日去世，走完了其不平凡的一生。他被安葬在哥廷根，距离高斯的墓地不远。

著名数学家史密斯（H. J. S. Smith）正在撰写数论报告时得知了狄利克雷去世的消息，他立即添加了以下脚注，以纪念狄利克雷的数论贡献："这位杰出的几何学家于今日离世，这是算术科学中不可弥补的损失。如果我们看重的是结果的重要性，而非它们的数量，那么自高斯时代以来，他的原创性研究对数论发展的贡献可能比其他任何数学家都大。他在几篇论文中还致力于使算术理论更加简洁，而该理论在高斯的著作中显得乏味而晦涩；他还为在数学家中普及数论做了很多工作——这种贡献怎样评价都不为过。"（[4]，p.33）

二、著名人物对狄利克雷的影响

1. 欧姆的数学启蒙

在科隆读高中时，狄利克雷的数学启蒙老师是欧姆，他后来发现了欧姆定律，成为著名的物理学家。欧姆的教育理念深受苏格拉底影响，注重启发引导式教育。在几何教学中，他反对学生死记硬背，提倡学生主动思考，独立探索、发现并证明几何定理。（[3]，pp.5–6）在欧姆的引导下，狄利克雷不仅具备了数学基础知识和严格推理能力，而且养成了自主学习和探索未知的习惯，这些成为他日后独立从事数学研究的基础。

2. 傅里叶的精心指导

从狄利克雷的数学成就来看，傅里叶当属他的伯乐之一。当狄利克雷因推进费马大定理而在巴黎成名之时，傅里叶正担任法国科学院秘书。傅里叶很欣赏他，不仅主动邀请他参与自己组织的学术讨论，与他交流热的理论、傅里叶分析等前沿学问，而且不遗余力地推介这位数学新秀，宣传他在不定分析难题上的成就。（[3]，p.26）这些交流引起了狄利克雷对数学物理的兴趣，促使他学习了最新的分析方法，为他后来开创解析数论这一数学分支作了准备。

1822年傅里叶出版了经典著作《热的解析理论》，其中提出了著名的傅里叶级数。然而他未能给予严密证明，因此遭到一些数学家的批评。狄利克雷于1829年发表了论文"论三角函数级数的收敛性"，（[12]，pp.117–132）证明了傅里叶观点的正确性，从而确立了傅里叶级数在数学分析中的合法地位，因此他被誉为傅里叶级数理论的创立者，黎曼称赞他的这项成就是关于这个主题的第一项完整工作。[6]

3. 洪堡的鼎力支持

洪堡不但对自然科学及多种领域抱有兴趣，而且利用自己的影响支持各种领域的年轻人才，有时甚至亲自资助。由于狄利克雷关于费马大定理的工作，法国著名数学家傅里叶与泊松特意向洪堡引荐了他；洪堡对这位同胞刮目相看，开始给予他特别关照，并在其日后的工作、婚姻、生活等各方面都竭力相助。

1826年狄利克雷在寻求工作时，傅里叶与洪堡各自都给出了建议。傅里叶希望狄利克雷留在巴黎，而洪堡则鼓励他返回祖国。洪堡当时正在为德国招揽人才，他承诺帮狄利克雷找到一个满意的职位，而回国工作也是狄利克雷所期望的。洪堡多次致信德国教育部长阿尔滕施泰因（F. Altenstein）和高斯，夸赞狄利克雷的才能，并反馈了傅里叶与泊松的高度评价；狄利克雷没有高等教育学位，这成为他进入高校工作的障碍，为此洪堡多次协调并促成波恩大学授予他荣誉博士学位，使他最终前往布雷斯劳大学工作；后来他转到柏林教学，也是由洪堡全力促成的。（[4]，pp.7–9）

洪堡在柏林经常举办各种大型活动，1828年他组织召开了第七届德国科学家和医生大会，狄利克雷是为数不多的受邀数学家之一，洪堡利用这个机会积极引荐他，使他得以与高斯、克雷尔（A. L. Crelle）、巴贝奇（C. Babbage）以及韦伯（W. Weber）等人密切交流。此后狄利克雷与克雷尔和韦伯成为好友，并开始在《克雷尔杂志》连续发表论文；韦伯在洪堡的建议下参加了狄利克雷关于热的理论的课程，从中受益匪浅，而他后来对于狄利克雷到哥廷根就职发挥了重要作用。（[3]，pp.51–52）

4. 高斯的认可与勉励

高斯在学术和事业上对狄利克雷的影响最为深远，尤其是在数论研究方面。高斯的数论思想不仅是他研究的源泉，而且高斯的评语与建议对其人生和学术发展都起到了关键作用。当狄利克雷在巴黎准备回国求职时，他将自己关于五次不定方程的论文寄给高斯，并请求他对这项工作进行评价。高斯迅速做出了回应，他写信给柏林科学院秘书恩克（J. F. Encke），表达了对狄利克雷工作的高度评价："这展示了他非凡的才华。熟悉这些课题的人越少见——在德国我几乎一个也不认识——我就越深信这种数学能力是改进其他不同数学分支的最佳途径之一。我越是对这种现象感到高兴，就越对以下事情感到痛心：他的祖国普鲁士落于人后，而法国却将这位英才据为己有。"[14]

高斯强调了数论对于判断数学家才能的重要性，发现狄利克雷不仅推进了一个数论难题的证明，而且其方法和结果都显示出他在数学领域的深厚功底和创新思维，因此高斯建议恩克设法将他留在柏林。恩克对于高斯如此高的评价感到震惊，因为据他所知，尽管高斯非常尊重他人的工作，但他总是能分辨仅靠辛苦努力取得的成果和真正天才之间的区别，而且他从未对别人作出过这种评价。（[2]，pp.14–15）实际上，在高斯一生中，他向年轻人施以援手的情况并不常见。或许高斯在狄利克雷身上看到了自己年轻时的身影，此后他又复信狄利克雷，给他提出了建议："我非常高兴你对数论有着深厚的热爱，那也是我最喜欢的研究领域，尽管我很少从事它。我衷心希望你能处在一个尽可能自主控制你的时间和工作选择的环境中。在我的《算术研究》出版后，我立即被其他事物缠身，后来又被外部环境所影响，这些都阻碍了我按照意愿追随我的研究兴趣。"[15]

高斯的建议是诚恳的，他因自己由于其他事务未能专心从事数论研究而感到遗憾，他不希望狄利克雷重蹈他的覆辙。鉴于狄利克雷的才能，1832年高斯曾计划提名他作为哥廷根大学数学教授蒂博（B. F. Thibaut）的继任者，在得知他已经在柏林成家之后，便取消了这个计划。此外，他们还进行过多次通信，讨论了高次剩余、二次型、复整数等数论问题。

三、狄利克雷的数论成就

狄利克雷在数论、数学物理、分析严格化、偏微分方程、概率论等诸多领域深耕出许多重要成果，其论文主要发表在《克雷尔杂志》和《柏林科学院学报》，刘维尔（J. Liouville）还将其部分论文译为法语发表在《刘维尔杂志》。狄利克雷去世后，克罗内克和福克斯（L. Fuchs）整理编辑了两卷本《狄利克雷作品集》，分别于1889年和1897年出版。与其他著名数学家的产出相比，其论文数量虽然不多，但是质量都很高。高斯对此评论道："据我所知，这位教授还没有出版过一部大部头的著作，他的个人论文也还没有写满一大卷。但它们是珠宝，而珠宝是不会用杂货店的秤来称重的。"[16]前文已指出，狄利克雷在发表其论文之前，总是花费大量时间理清其新成果与相关内容的联系，并努力寻找最简单的推导方法，这客观上限制了其发表成果的数量。雅可比在给洪堡的通信中也强调了狄利克雷数学证明的严格性："只有狄利克雷——而不是我、柯西或高斯——知道什么是完全严格的数学证明。当高斯声称证明了某件事情时，我知道它很可能是真的。当柯西这样说的时候，你就要当心了。但是当狄利克雷这么说的时候，它就毫无疑问了。"[17]

高斯的《算术研究》开启了现代数论研究的序幕，[18]但其论证的综合性、计算的凝练性和主题的复杂性令数学家们望而生畏，客观上限制了高斯数论思想的传播和发展。狄利克雷以该书为思想来源，致力于研究与传播数论，对于理解并发展高斯所做的工作超过了其他任何人。[19]大卫·罗（D. Rowe）认为他们二人是最有影响力的两位数论学家。[20]狄利克雷最主要的成就是其数论工作，以下我们将阐明狄利克雷的部分数论成就，同时表明高斯及《算术研究》对他的重要影响。

1. 四次剩余问题的推进

剩余理论是数论的重要内容，其核心问题

之一是证明互反律。在证明二次互反律之后，高斯开始研究高次剩余问题，1825年他发表了初步研究结果。在高斯影响下，狄利克雷不仅得到了关于高斯结果更简单的证明，而且将其推广到更一般的情形，因此只差一步就能建立四次互反律。[20]这个结果不仅得到高斯的称赞，贝塞尔（F. W. Bessel）致信洪堡时也评价道："谁能想到，这位天才竟能把如此困难的事情归结为如此简单的问题。"[21]傅里叶甚至认为狄利克雷的这项成就比雅可比和阿贝尔关于椭圆函数的工作更重要，并借机再次邀请他从布雷斯劳到巴黎就职，但他当时更想去柏林工作。（[1]，p.323）洪堡把贝塞尔的评价及时寄给了教育部长和柏林军事学院的拉多维茨（J. M. Radowitz）少校，促成了将狄利克雷从布雷斯劳大学调往柏林军事学院。

2. 解析数论的奠基

19世纪上半叶，数学家们致力于分析的严格化，同时也开始以此为工具研究其他数学分支。1837年狄利克雷在柏林科学院作了报告"关于算术序列定理的证明"，证明了现在所谓的等差序列的狄利克雷定理：对于任意两个互素的a和b，存在无穷多个$a+nb$形式的素数，其中n是正整数。（[12]，pp.307–342）勒让德曾使用归纳法证明这一定理，但未能成功，狄利克雷转而通过类比欧拉《无穷分析引论》中的思想，基于无穷级数的性质，利用复分析创造性地提出"狄利克雷L级数"，从而成功证明了这个定理。这是数论史上的一项划时代成就，他引进的抽象概念与证明思路彻底改变了人们研究整数的方式，代表了数学新学科——解析数论的真正建立，狄利克雷因此被誉为"解析数论之父"。时至今日"狄利克雷L级数"仍然是数学研究的重要工具，在解析数论、代数数论、代数几何等许多领域中都发挥着重要作用。

3. 类数公式的提出

二元二次型理论是数论的重要分支，拉格朗日在论文"算术研究"中首次建立了该理论，高斯在《算术研究》中以大量篇幅系统探讨了其性质，并利用判别式对二次型进行了分类研究。[22]狄利克雷在1838年的论文"论无穷级数在数论中的应用"中，再次强调了L级数的重要性，并且成功地应用该工具确定了给定判别式的二元二次型的类数，提出了著名的"狄利克雷类数公式"，（[12]，pp.357–374）这对于理解数域的代数结构及性质具有重要意义。雅可比称赞这一结果是"人类思想能够触碰的极限"。（[4]，p.22）狄利克雷不断拓展对L级数的应用，并在1842年将二次型理论及其类数公式推广到高斯整数环，构建了实数域与复数域的类数关系，这成为许多数学理论的研究起点。（[4]，pp.23–25）

除此之外，狄利克雷还有很多数论贡献，例如单位定理、二次型的约化与合成、渐进定律、佩尔方程等。可以看出，狄利克雷的数论研究在很多方面都是对高斯的继承与创新。而在数论传播方面，他的贡献也很大。他以更易理解的方式对《算术研究》作了诠释，在柏林大学和哥廷根大学开设了17次数论课程，使高斯的思想得到广泛传播，真正重塑了数论这门学科。以此为基础，戴德金编辑出版了狄利克雷《数论讲义》，[23]该书涵盖了19世纪上半叶数论的主要发展，其中不仅包括费马、欧拉、拉格朗日以及高斯的经典结果，也包含狄利克雷的最新成就。《数论讲义》在1871、1879与1894年分别再版，并被译成法语、意大利语、俄语以及英语等多种语言，是继高斯的《算术研究》之后数论史上又一里程碑著作，对19世纪后期的数论和代数产生了深远影响，影响了包括闵可夫斯基（H. Minkowski）在内的许多数学家，成为高斯《算术研究》和希尔伯特（D. Hilbert）《数论报告》之间的桥梁。

四、狄利克雷的教育贡献

虽然高斯开启了德国数学的新篇章，但他本人的声誉与德国数学的整体状况却有着鲜明对比。他既没有从事具体的教学活动，也较少亲自指导学生，从而未能形成一个以他为核心的数学学派。[24]与高斯不同，狄利克雷体会到德国数学与法国的巨大差距，他认为若想追赶

甚至超越法国，必须重视大学数学教育，因此自一开始他就积极投身于数学教学，并且亲自指导了许多年轻人。1828年狄利克雷还参与了克雷尔主持的数学教学改革，提倡中学数学教师要熟悉前沿数学知识。（[25]，pp.39–40）

狄利克雷先后在4所高校任教，由于他在布雷斯劳大学任教时间短暂，而柏林军事学院主要培养军事人才，因此我们不讨论他在这两所大学的教学活动。1959年适逢狄利克雷逝世100周年，柏林科学院出版了他的档案与信件，[2]据此我们统计并分析了他在柏林大学和哥廷根大学开设课程的情况。

1. 狄利克雷开设课程情况分析

如表1所示，狄利克雷在柏林大学长达27年的教学生涯中共开设了15类、86次课程，选课总人次共计1563，这在当时是相当大的数量。从开设次数来看，定积分、数论、微积分和偏微分方程等频次较高，且与选课人数成显著的正相关。他将先进的教学理念和前沿的数学知识融入到其教育实践中，所开设的课程具有先进性、交叉性和启发性等特点。具体而言，第一，这些课程当时均属前沿数学知识，至今依然是高等数学教育的组成部分，并且其中有多门课程都是首次在德国开设，如数论、复整数理论、偏微分方程、位势论等；第二，虽然在统计时我们将其分为15大类，实际上在86次课中有39次课属于交叉课程，如微积分在数论中的应用、偏微分方程理论及其在物理学中的应用、定积分理论的各种应用等，这体现了他一贯倡导的数学统一性思想，而这在实际教学中也影响了年轻一代；第三，他重视经典数学名著，例如他在教学中使用了欧拉的《无穷分析引论》、拉格朗日的《分析力学》、拉普拉斯的《天体力学》以及高斯的《算术研究》等名著。同时，在具体教学过程中，他一方面向学生传达这些数学内容背后的本质道理，另一方面通过融入其最新成果，展示了他的研究方法与思路，使得其教学模式具有启发性，指导学生走向了数学研究的道路。

当时柏林大学一年分两个学期，狄利克雷每学期为学生开设一门或两门课程，我们统计了他每年的选课人数，如图1所示。可以看出，选课人数在1829–1831年间较少，1832–1851年间在50人上下波动，1852年之后开始显著增

表1 狄利克雷在柏林大学开设课程统计表

序号	课程类别	开设次数	选课总人次
1	定积分	19	381
2	数论	14	297
3	微积分	14	197
4	偏微分方程	13	238
5	位势论	5	114
6	级数理论	5	95
7	方程论	4	78
8	概率论	4	45
9	无穷分析引论	2	27
10	椭圆函数论	1	25
11	复整数理论	1	16
12	最小二乘法	1	16
13	天体力学	1	16
14	分析力学	1	13
15	几何学	1	5

数据说明：狄利克雷开设的课程很多，并且同样内容的课程名称经常会有一些变化，因此我们在统计时根据课程内容进行了分类，并依据课程开设次数从多到少进行了排列。

加，最多达141人，我们在图中用实线拟合出其选课人数的增长趋势。选课人数的不断增长彰显了狄利克雷在数学教学的成功，他的教学内容和教育理念逐渐得到广泛接受与认可。实际上，这些课程的影响力不仅限于本校的年轻教师和数学及相关专业的学生，其他学校的一些老师和学生也慕名前来听课，包括著名数学家黎曼和魏尔斯特拉斯(W. Weierstrass)。(［3］，p.173)(［25］，p.89)

如表2所示，狄利克雷在哥廷根大学共开设了10次课。这些课程与他在柏林大学时所开设的课程基本一致，只有数论课程区别较大。在柏林大学期间，他并未特别强调二次型理论，而在哥廷根大学，他将其纳入了教学内容。这一变化反映了他当时的主要兴趣，同时这种调整体现了他致力于将最新研究成果融入教学实践的理念。

2. 狄利克雷教学工作的历史影响

从1829年到1858年，狄利克雷在这两所大学共开设了96次课，这是相当了不起的成就。但是没有公开资料提供选修这些课程的学生名单，因此我们通过各种文献搜集了参加过这些课程的著名人物,并列出了其中部分数学家的评论,以此来评价狄利克雷教学活动的效果与影响。

在柏林大学听过狄利克雷课程的重要人物有：克罗内克、切比雪夫（P. L. Chebyshev）、海涅（E. Heine）、利普希茨（R. Lipschitz）、康托尔（M. Cantor）、艾森斯坦、韦伯、魏尔斯特拉斯、福克斯、鲍尔（G. Bauer）、塞德尔（P. Seidel）、克劳修斯（R. Clausius）、阿伦特（G. Arendt）、克里斯托弗尔（E. Christoffel）、博尔夏特（C. W. Borchardt）；在哥廷根大学听过狄利克雷课程的有黎曼、戴德金、巴赫曼（P. Bachmann）、梅耶（G. F. Meyer）、格鲁伯（F. Grube）。[2]、[3]、[25]

这份名单不乏数学史上的著名数学家。当时很多数学家都强调了狄利克雷课程的重要性和影响力，我们以雅可比、库默尔和戴德金为例。雅可比评价道：“作为一位同样杰出的教师和学者，狄利克雷通过二十年的活动，一手创建了柏林大学的高等数学教育，这是最幸运的教育之一。”(［2］，p.55) 库默尔总结道：“特别是在他学术生涯的后期，从外在的听众数量来看，他教学活动的成功是如此显著，以至于在高等数学的教育方面，德国大学的教师没有人能够在这一点和他相提并论。这既不是由于他的教学技巧，也不是由于他的精彩演讲，而完全是由于他内在思路的清晰，这使得对于哪怕是最困难的事情，他都可以理解并阐明其简单的道理。”[5] 戴德金博士毕业后在哥廷根大学一边从事教学,一边参加狄利克雷的课程,[26] 他回忆道:“狄利克雷的到来标志着哥廷根数学研究新时代的开端。虽然我已经把狄利克雷的伟大论文，特别是数论方面的都读过了，但我仍然觉得听他极具洞察力的课程是我最大的乐趣；随后我听了他关于数论、位势论、积分、偏微分方程的所有课程。他的教导以及与他频繁的交谈使我们逐渐熟识，而我也由此得以脱胎换骨。通过这种方式，他对许多学生都产生了鼓舞人心的影响，其中还包括几位教授和一些外国人。”(［25］，pp.82–83)

1856年，柏林大学的学生给狄利克雷写信，感谢他多年来的教学奉献，他在回信中总结道：“回首我在柏林大学的活动，我可以保证，在那里27年的教学生涯中，我从未允许自己不尽最大努力来帮助你们进入光荣的、飞速发展的学

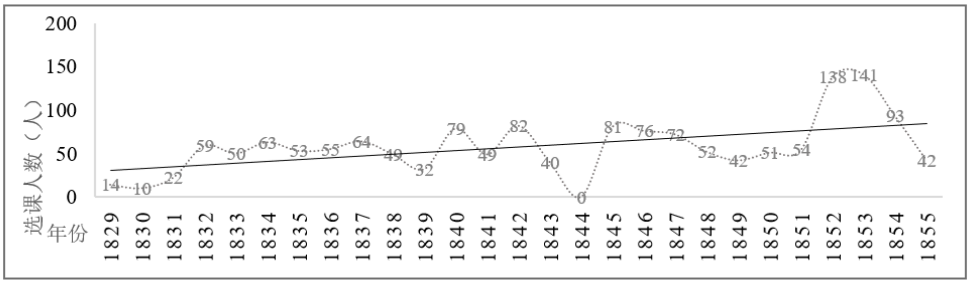

图1 1829–1855年柏林大学选修狄利克雷课程的人数趋势

图片说明：狄利克雷在1843年和1855年都只开了一学期课，在1844年未开课。

术世界，这也是我倾力奉献的领域。”（[3]，p.241）

可以看出，在德国高等数学教育相对薄弱的年代，狄利克雷通过毕生的努力，提升了德国的数学教学水平，培养了大批年轻人，其中许多人成长为重要的数学家。他们毕业后分散在德国各地，继续从事数学研究和教学，成为德国数学崛起的中坚力量。而狄利克雷的教学方法和理念，为他们的教学工作提供了范例。

狄利克雷去世后，他的学生整理出版了其部分课程讲义。除了前文提及的《数论讲义》外，基于他在柏林大学的课程内容，阿伦特1863年出版了关于复数理论的讲义，[27]1904年出版了关于积分理论的讲义；[28]基于他在哥廷根大学的课程内容，梅耶1871年出版了关于定积分的讲义，[29]格鲁伯1876年出版了关于位势论的讲义。[30]这些都是狄利克雷精心打磨、反复开设的经典课程，而这些讲义也多次再版，至今仍然发挥着影响。

3. 狄利克雷的人才培养

狄利克雷指导学生耐心细致，培养了多位数学大师。他不限制学生的研究方向，更注重他们的个人兴趣所在；无论他们研究什么，他在讨论时总能深入到问题本质，为学生拨开迷雾。他亲自指导的学生主要有：克罗内克、海涅、利普希茨、克里斯托弗尔、博尔夏特，他也指导了戴德金、黎曼和艾森斯坦等人。以黎曼为例，他认为狄利克雷是当时高斯之外最伟大的数学家。1852年狄利克雷访问哥廷根时，黎曼专程去拜访他，他为黎曼博士论文的写作提供了许多建议和资料。在他转到哥廷根大学后，黎曼也去听他的课程并同他讨论各种问题，他对此都给予了精心指导，（[3]，p.173）这启发了黎曼后来关于数学物理、复函数与解析数论等方面的著名工作。黎曼对其老师的帮助铭记于心，数学史上著名的“狄利克雷原理”就是他在1857年的论文中命名的。（[4]，p.27）

狄利克雷通过这些举措，培养出许多年轻数学家，这一代数学家为德国数学作出了重要贡献，最终使得世界数学的中心逐步从法国转移到德国。1905年，《纯粹与应用数学杂志》专刊纪念他诞辰一百周年，其中的论文作者包括戴德金、希尔伯特、庞加莱、克莱因等15位著名数学家。（[3]，p.259）同年，闵可夫斯基作了纪念演讲，介绍了狄利克雷数学工作的持续影响力，赞颂他在解决问题时总是追求尽可能简单的表达；[31]通过艾森斯坦、黎曼、克罗内克、戴德金所受到的帮助，他强调了“狄利克雷学派”的影响：“所有这些在当代数学领域拥有顶尖成就的人，都从狄利克雷那里获得了其数学才能的精华，而我们今天这些比以往更试图了解和代表这门学科简单真理的人，难道不是身处狄利克雷学派之中吗？”（[3]，p.276）

结　语

表2 狄利克雷在哥廷根大学开设课程统计表

时间	课程名称
1855–1856（冬）	数论
	偏微分方程的积分及其在物理问题中的应用
1856（夏）	球函数理论及其在物理研究中的应用
	力与距离平方的反比理论及其在电和磁中的应用
1856–1857（冬）	数论，重点讲述二次型理论
	定积分理论，单变量和多变量积分
1857（夏）	偏微分方程的积分及其在物理问题中的应用
1857–1858（冬）	数论，重点讲述二次型理论
	力与距离平方的反比理论及其在物理问题的应用
1858（夏）	定积分理论，单变量和多变量积分

表格说明：本表完整展现了狄利克雷在哥廷根大学开设课程的时间与名称，此档案中未记录选课人数。

狄利克雷是德国数学崛起的推动者。他的独创性工作在19世纪上半叶占据重要地位，影响了后世数学的发展，是当之无愧的数学巨匠；他30余年的教学实践为德国培养出大批数学人才，显著提升了其教育水平，推动了德国数学在随后几十年间由弱到强、迅速崛起。通过以上关于狄利克雷课程分析、教学影响与人才培养的各种细节，我们可以更全面地理解他在德国数学崛起进程中的历史作用。

［参 考 文 献］

[1]Kummer, E. E. 'Gedächtnisrede auf Gustav Peter Lejeune Dirichlet'[A], Kronecker, L., Fuchs, L. (Eds.) *G. Lejeune Dirichlet's Werke*[C], Berlin: Georg Reimer, 1897, 311–344.

[2]Biermann, K. R. *Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet: Dokumente für sein Leben und Wirken*[M]. Berlin: Akademie-Verlag, 1959.

[3]Merzbach, U. C. *Dirichlet A Mathematical Biography*[M]. Gewerbestrasse: Birkhäuser, 2018.

[4]Elstrodt, J. 'The Life and Work of Gustav Lejeune Dirichlet(1805–1859)'[A], Duke, W., Tschinkel, Y. (Eds.) *Analytic Number Theory: A Tribute to Gauss and Dirichlet*[C], Providence, R. I: American Mathematical Society, 2007, 1–37.

[5]Gorkin, P., Smith J. H. 'Dirichlet: His Life, His Principle, and His Problem'[J]. *Mathematics Magazine*, 2005, 78(4): 283–296.

[6]Koch, H. 'Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805–1859). Zum 200. Geburtstag'[J]. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 2005, 13(3): 144–149.

[7]Shields, A. 'Lejeune Dirichlet and the Birth of Analytic Number Theory: 1837-1839'[J]. *The Mathematical Intelligencer*, 1989, 11(4): 7–11.

[8]袁向东. 狄利克雷[A], 吴文俊: 世界著名数学家传记（上）[C], 北京: 科学出版社, 1995, 881–886.

[9]孟祥蕊、王淑红. 狄利克雷——科研教学两不误的数学家[J]. 科学, 2023, 75（5）: 57–62.

[10]孟祥蕊. 狄利克雷单位定理的早期历史研究[D]. 石家庄: 河北师范大学, 2023.

[11]孟祥蕊、王淑红. 狄利克雷单位定理的历史演变[J]. 中国科技史杂志, 2024, 45（1）: 77–87; 119.

[12]Kronecker, L. *G. Lejeune Dirichlet's Werke*[M]. Erster Band. Berlin: Reimer, 1889.

[13]胡作玄. 350年历程: 从费尔马到维尔斯[M]. 济南: 山东教育出版社, 1996, 93–94.

[14]Gauss, C. F. *Werke*[M]. Vol.12. Göttingen: Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften, 1929, 70.

[15]Kronecker, L., Fuchs, L. *G. Lejeune Dirichlet's Werke*[M]. Zweiter Band. Berlin: Reimer, 1897, 375–376.

[16]Biermann, K. R. *Briefwechsel Zwischen Alexander von Humboldt und Carl Friedrich Gauss*[M]. Berlin: Akademie-Verlag, 1977, 88.

[17]Biermann, K. R. *Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität*[M]. Berlin: Akademie-Verlag, 1973, 31.

[18]王淑红. 高斯: 数学史上的伟大心灵[J]. 自然辩证法通讯, 2024, 46（2）: 113–122.

[19]卡尔·B. 博耶. 数学史[M]. 尤塔·C. 梅兹巴赫 修订, 秦传安 译, 北京: 中央编译出版社, 2012, 540.

[20]Rowe, D. E. *A Richer Picture of Mathematics*[M]. Cham: Springer, 29.

[21]Biermann, K. R. *Alexander von Humboldt*[M]. Berlin: Akademie-Verlag, 1959, 91–92.

[22]张红星. 拉格朗日的数论工作研究[D]. 西安: 西北大学, 2023.

[23]Dirichlet, P. G. L. *Vorlesungen über Zahlentheorie*[M]. Braunschweig: Vieweg, 1863.

[24]袁向东、李文林. 格廷根的数学传统[J]. 自然科学史研究, 1982,（4）: 339–348.

[25]Lorey, W. *Das Studium der Mathematik an den Deutschen Universitäten seit Anfang des 19. Jahrhunderts*[M]. Berlin: B. G. Teubner, 1916.

[26]王淑红、孙小淳. 心灵的创造: 戴德金的数学思想[J]. 自然辩证法通讯, 2019, 41（2）: 115–122.

[27]Dirichlet, P. G. L. *Éléments de la Théorie des Nombres Complexes de la Forme*[M]. Arendt. G. (Ed.) Berlin: J. F. Starcke, 1863.

[28]Dirichlet, P. G. L. *Vorlesungen über die Lehre von den Einfachen und Mehrfachen Bestimmten Integralen*[M]. Arendt. G. (Ed.) Braunschweig: Fr. Vieweg & Sohn, 1904.

[29]Dirichlet, P. G. L. *Vorlesungen über die Theorie der Bestimmten Integrale Zwischen Reellen Grenzen*[M]. Meyer, G. F. (Ed.) Leipzig: B. G. Teubner, 1871.

[30]Dirichlet, P. G. L. *Vorlesungen über die im Umgekehrten Verhältniss des Quadrats der Entfernung Wirkenden Kräfte*[M]. Grube, F. (Ed.) Leipzig: B. G. Teubner, 1876.

[31]F. 克莱因. 数学在19世纪的发展（第一卷 中文校订版）[M]. 齐民友 译, 赵越 校, 北京: 高等教育出版社, 2023, 78.

［责任编辑　王大明　柯遵科］