

• 科学技术哲学 •

超级任务：现代的芝诺悖论

Supertasks: Modern Zeno's Paradoxes

苏无忌 /SU Wuji 刘闯 /LIU Chuang

(复旦大学科学哲学与逻辑学系, 上海, 200082)

(Department of Philosophy of Science and Logics, Fudan University, Shanghai, 200082)

摘要: 超级任务是指在有限的时间间隔内依次序完成一个步骤的数量为无限大的序列。它指代了一系列与芝诺悖论相类似的问题。本文按照时间顺序梳理了超级任务从20世纪中叶诞生至今的历史脉络, 主要介绍了超级任务概念产生的历史背景、前期的重要论题——汤姆森台灯、伊尔曼和诺顿对这一类问题总结性的解答和新时期超级任务与融入不同具体学科的新发展趋势。

关键词: 超级任务 芝诺悖论 数学解释

Abstract: Supertasks are processes which consist of infinitely many actions performed in a finite amount of time. They refer to a series of Zeno-like puzzles. This article combs the history of supertasks starting from mid 20th century and mainly introduces the historical context of origination of supertasks, Thomson's Lamp, an important thesis at the early stage, Earman and Norton's conclusive solution and the new tendency towards integration of supertasks and various research fields.

Key Words: Supertasks; Zeno's paradoxes; Mathematical resolution

中图分类号: N031 文献标识码: A DOI: 10.15994/j.1000-0763.2022.12.005

引言

超级任务(Supertasks)是指在有限的时间间隔内依次序完成一个步骤的数量为无限大的任务。虽然“超级任务”一词是二十世纪才创造出的新概念,但是它所揭示的问题则潜藏于古老的哲学问题之中。超级任务的原型可以追溯至前苏格拉底时期爱利亚学派的芝诺所提出的芝诺悖论,这一问题在千百年来引起众多

哲学家的兴趣。现代超级任务问题则发轫于布莱克(M. Black)和汤姆森(J. F. Thomson)对所谓芝诺悖论的数学解答的诘难,自此超级任务的可能性进入哲学讨论中。^{[1], [2]}随着时间的推移,超级任务问题已从一个形而上学问题发展成为涉及广义相对论、可计算性理论、决策论等领域的问题群。鉴于目前国内还未有对该问题系统性的介绍,本文将以前时间线索梳理和介绍超级任务问题的历史以及当前的研究趋势。

收稿日期: 2021年3月10日

作者简介: 苏无忌(1994-)男,山西运城人,复旦大学哲学学院博士研究生,研究方向为物理学哲学。Email: wjsu20@fudan.edu.cn

刘闯(1958-)男,浙江松阳人,复旦大学哲学学院特聘教授,研究方向为科学哲学、物理学哲学。Email: chuangliu@fudan.edu.cn

粗略地说，超级任务研究的历史可以以伊尔曼（J. Earman）和诺顿（J. Norton）的研究为界限，划分为两个时期：20世纪50年代至80年代，以及20世纪90年代至今。^[3]在前一个时期，超级任务领域的讨论主要围绕着超级任务是否可能完成这一问题。参与讨论哲学家的立场可以分为两种，认为超级任务不能完成和认为超级任务可以完成。^[4]前者认为超级任务是自相矛盾的概念，所有是超级任务的运动都是不可能完成的^①。为此，这些学者仿照芝诺悖论提出一系列的在直观上造成困难的运动难题。而后者认为超级任务是自洽的概念，完成一个超级任务在逻辑上是可能的^②。^[5]面对不可能论者提出的一系列难题，可能论者通过澄清无限、运动等一系列概念以解决这些难题。这一时期超级任务的讨论就是各式各样难题的提出与解决过程。在后一个时期，关于运动的概念和规则的澄清工作基本已经完成。而不同领域与超级任务问题相结合产生的新问题则引起了关注。其中最主要的问题是马拉门特-霍加斯时空（Malament-Hogarth Spacetime）这一与广义相对论相结合产生的问题。此外还有经典力学中的超级任务、量子力学中的超级任务、决策论中的超级任务等不同的问题。

一、超级任务的起源：反对数学解答

超级任务概念的诞生源自于哲学家对芝诺悖论的数学解答的批评。理解超级任务必须了解芝诺悖论及其数学解答。

古希腊时期，埃利亚学派的芝诺为支持巴门尼德的学说——即多与变化是错误，运动只是幻象——提出了一系列结论与常识相违背的论证。这些论证后被人统称为芝诺悖论。从亚里士多德的《物理学》的转述中，芝诺悖论通常被归结为以下四个问题：二分法（Dichotomy）、

阿喀琉斯追龟（Achilles and the tortoise）、飞矢不动（Arrow paradox）、运动场悖论（Stadium）。^[6]而与超级任务有关的是前两个问题^③。在此以阿喀琉斯追龟为例，给出该问题的一个数学化的描述：设阿喀琉斯与龟赛跑，为显公平让龟的起跑线领先其一米。阿喀琉斯的速度二倍于龟。如是，则阿喀琉斯无法追上乌龟。原因如下：设阿喀琉斯的起跑点为P，乌龟的起跑点为P₀；当阿喀琉斯到达P₀时，乌龟由于其运动一定已经爬到另一点P₁；当阿喀琉斯到达P₁时，乌龟已经爬到另一点P₂；……此过程可以不断重复下去，无穷无尽。故阿喀琉斯无法追上乌龟。

在哲学史上，多位哲学家用不同方式对芝诺悖论作出解答。在各式各样的解答之中，将芝诺悖论视为纯粹的数学问题进行解释的数学解答得到了数学家和逻辑主义哲学家，包括罗素（B. Russell），怀特海（A. N. Whitehead）等的青睐。^{[7], [8]}其内容如下：由于阿喀琉斯的速度为乌龟的两倍，在阿喀琉斯跑完一段路程的时间时，乌龟所爬过的距离为阿喀琉斯的一半。而根据问题的描述，阿喀琉斯跑完线段PP₀所用的时间与乌龟爬完线段P₀P₁的时间相同；而阿喀琉斯跑完线段P₀P₁所用的时间与乌龟爬完线段P₁P₂的时间相同……以此类推。因此，线段P₀P₁的长度为线段PP₀的一半；而线段P₁P₂的长度为线段P₀P₁的一半，线段P₂P₃的长度为线段P₁P₂的一半……以此类推。假设阿喀琉斯在跑过的距离为S时追上了乌龟，则阿喀琉斯在追上时跑完了PP₀, P₀P₁, P₁P₂, P₂P₃等无穷多的线段，则有：

$$S = PP_0 + P_0P_1 + P_1P_2 + P_2P_3 \dots$$

由先前得到线段之间一半的关系，上式可化为：

$$S = PP_0 + \frac{1}{2}PP_0 + \frac{1}{4}PP_0 + \frac{1}{8}PP_0 \dots$$

该式为等比数列求和，易得 $S = 2PP_0$ ，即当

①因此不可能论者认为所有现实可能的运动必然不是超级任务。他们并不否认现实的运动，这将他们与提出芝诺悖论的埃利亚学派区分开。

②一个在逻辑上可能完成的超级任务并不一定在物理上也是可能完成的。主流的可能完成论者认为存在物理上可能完成的超级任务。但也有部分学者认为超级任务仅在逻辑上可能完成，而在物理上不可能存在。

③亚里士多德指出这两个问题实质是同一个。

阿喀琉斯跑完了二米时,他追上了乌龟。故阿喀琉斯可以追上乌龟,这个过程与常识并无相悖之处。罗素将数学解答视为芝诺悖论的唯一正确解答,称:“对于那些熟悉数学的人来说,这种解答如此清晰以至于没有再留下一丝一毫的可疑之处。”^[9]时至今日,在哲学家的讨论之外,数学解释也是为受过科学训练的自然科学家所最为接受的解释。

与数学解释在自然科学家之中受欢迎相对,其在哲学群体中受到过各种各样的批评。^[10]其中最为切中要害的是密尔(J. S. Mill)和赖尔(G. Ryle)等所指出的数学解释根本没有回答原问题。^{[11], [12]}在阿喀琉斯悖论中,“阿喀琉斯永远追不上乌龟”可以存在两种涵义:

(1) 阿喀琉斯在悠久的岁月中无法追上乌龟,即对任意大的时间 T (T 为实数),当 $t=T$ 时,阿喀琉斯仍未追上乌龟。

(2) 阿喀琉斯不断追逐乌龟上一个所在的位置的过程无法迎来终结,即在阿喀琉斯追龟问题所描述的序列之中,不存在一项 A 使得阿喀琉斯在完成 A 后达到了追上乌龟的结果。

根据芝诺悖论的上下文,“阿喀琉斯永远追不上乌龟”中所要表达的涵义是指涵义2。然而,被数学解答所证明为错误的是涵义1,即阿喀琉斯不需要无限长的时间去追上乌龟,只需要有限的时间。因此,数学解答实际上是混淆了“永远”的两种涵义,将芝诺悖论的核心问题替换成了一个平凡的数学问题。而所谓的数学解答只是对替换后的数学问题的解答,绕过了芝诺悖论的核心问题。^[13]替换后的数学问题在芝诺的时代就已经不令人困惑:阿基米德已经在使用无穷级数求取抛物线弓形的面积,^[14]而战国时名家就已经认识到“一尺之棰,日取其半,万世不竭”。^[15]如果芝诺悖论仅是一个数学问题,它不可能引起如此多的哲学讨论。

在数学解释大行其道的同时,汤姆森等哲学家认为芝诺悖论的问题核心是“在有限的时间内完成无限的步骤是如何可能的?”并察觉到数学解答所存在的缺陷。为了清晰地指出这种缺陷以论证无限步骤的不可完成性,他们提

出了数学解答所不能解决的类芝诺问题,而这类问题就是超级任务。

二、汤姆森台灯问题和解答

基于对芝诺悖论的数学解答的不满,汤姆森于1954年就在有限时间内完成无限过程这一问题进行讨论,并为该过程命名“超级任务”。根据汤姆森的观点,芝诺悖论的困难之处在于运动的执行者被要求完成一个不可能的任务。汤姆森认为芝诺悖论的论证逻辑如下:

“若要完成一段旅程,你必须要完成无限多的旅程。因为要从 A 点运动到 B 点,首先你必须运动到 A 点和 B 点的中点, A' 点;然后是 A' 点和 B 点的中点, A'' 点;以此类推。但是有人能完成数量上无限的旅程在逻辑上是荒唐的,就如同完成数量上是无限的任务一样在逻辑上是荒唐的。因此完成任何的旅程都是不可能的。”^[2]

汤姆森并不认同芝诺悖论。汤姆森认为芝诺悖论由两个部分构成:

(1) 任何的运动都等同于一系列数量为无限的运动。

(2) 完成数量为无限的运动(即完成一个超级任务)是不可能的。

汤姆森认为部分1是错误的。他作出了如下的区分:从 A 点运动到 B 点必须经过 A' 点, A'' 点等一系列点既可以被解释为一段独立的旅程可以被分解为数量为无限多的部分 AA' , $A'A''$ 等;也可以被解释为运动者完成了数量为无限的互相独立,拥有各自的起始与结束的旅程 AA' , $A'A''$ 等。一个人从 A 点走到 B 点只是完成了一个动作,它与完成无限多的动作是不同的,而完成一个动作在逻辑上是没有问题的。

但同时,汤姆森认为芝诺悖论的部分2是正确的,即在有限的时间内完成无限多的过程在逻辑上是不可能的。因此,汤姆森认为芝诺悖论的数学解释和其他认为在有限时间内可以完成无限过程的解释存在错误。为证明这个观点,汤姆森构造了一个这些解释都无法处

理的问题，之后这个问题被称为汤姆森台灯 (Thomson's Lamp)。该问题的描述如下：

假设有一座在底部有一个按钮的台灯。在灯亮起时，按下按钮台灯将熄灭；在灯未亮时，按下按钮台灯将亮起。因此，如果台灯原本处于未亮的状态，如果按下按钮奇数次，台灯会处于亮的状态；如果按下偶数次，台灯会处于灭的状态。现假设台灯一开始时处于未亮的状态。在第1分钟时按下按钮，之后再过半分钟时再次按下按钮，再过四分之一分钟时再次按下按钮……以此类推。在完成了无限数量的按压动作之后，即在2分钟整时，台灯是处于亮起还是熄灭的状态？台灯不可能处于亮起的状态，因为每次台灯被点亮之后，它一定会被下一次按下的动作熄灭；同理台灯也不可能处于熄灭的状态，因为每次台灯被熄灭之后，它一定会被下一次按下的动作点亮。但是一盏台灯要么处于亮起状态，要么处于熄灭状态。于是这构成了一个矛盾。([2], p.6)

芝诺悖论的数学无法处理这一问题。汤姆森提供了数学解释可能的解法。用“0”代表台灯熄灭，用“1”代表台灯亮起。那么在台灯熄灭时按下按钮的过程可以用“+1”表示，而在台灯亮起时按下按钮的过程可以用“-1”表示。台灯在按下三次按钮之后的状态可以表示为 $0+1-1+1=1$ ，即台灯处于亮的状态。根据数学解释的思路，在按下无限次按钮后，台灯的状态表示为：

$$0+1-1+1-1+1-1\cdots$$

该无穷求和为格兰迪级数 (Grandi's series)，在通常的级数求和定义中该级数发散，没有和。然而该级数具有切萨罗和 (Cesàro summation)，其值为 $1/2$ ^①。因此，汤姆森认为如果我们接受芝诺悖论的数学解释，我们就必须承认一盏只能处于亮或者灭的台灯可能处于一种半亮半灭的未知状态。这显然是荒唐的。

汤姆森以台灯为例论证超级任务不能被完成。认为超级任务可以完成的学者对此提

出批评，其中最深刻的来自贝纳塞拉夫 (P. Benacerraf)。贝纳塞拉夫指出汤姆森所论证的矛盾在逻辑上并不成立。他提出汤姆森台灯问题中对台灯状态的推理，即台灯在每次亮起后都被熄灭和每次熄灭后都被亮起，并不适用于问题所问的2分钟整时的台灯的状态。设想在汤姆森台灯中，将问题改为求4分钟整时台灯所处的状态，但是第3分钟之内所做的操作（或者没有操作）并没有给出。如此的问题是没有办法回答的，因为问题没有给出足够的信息，第1分钟和第2分钟内的操作不足以决定第4分钟的状态。因此，汤姆森台灯问题中的对操作的叙述只在一个时间段内成立。台灯一开始所在的状态的持续时间区间（以分钟为单位）为 $[0, 1)$ ，在第一次按下后的状态的持续时间为 $[1, 1.5)$ ，第二次按下后状态的持续时间为 $[1.5, 1.75)$ ，……以此类推。汤姆森台灯问题所描述的过程所适用的时间范围为无限多的持续时间的并集，即 $[0, 2)$ 。注意这个区间是一个右开的区间，2并不是这个集合的元素。因此汤姆森台灯问题的描述并不包含第2分钟时的状态，它对这个时刻台灯的状态的推理自然也是不成立的。

贝纳塞拉夫设想了两个不同事件的描述：

(1) 甲完成了汤姆森台灯所描述的超级任务，在2分钟整时台灯处于亮的状态。

(2) 乙完成了与甲完全相同的汤姆森台灯的超级任务，在2分钟整时台灯处于灭的状态。

贝纳塞拉夫认为这两个事件都不与汤姆森台灯的表述相矛盾，因为汤姆森台灯的描述之规定了2分钟之前台灯的行为，对2分钟整以及之后的行为不作任何规定。

对汤姆森的“数学类比”，即用格兰迪级数代表完成超级任务后的结果，贝纳塞拉夫认为，尽管用数字代表台灯的亮灭状态和用格兰迪级数的前 n 项和代表经过 n 次按下后台灯的状态是完全合理的，但是从以上的假设中无法推理得到完成超级任务后的状态可以由格兰迪级数的某一种求和，例如前 n 项和在 n 趋向于无限时的

①汤姆森自己并未注意格兰迪级数只有在特定的求和方式下才收敛到 $1/2$ ，因此他认为他的解法与数学解释是完全一致的。

极限, 所表示。因此汤姆森的“数学类比”产生的矛盾也不成立。^[16]

贝纳塞拉夫的批评无疑指出了汤姆森论证中所存在的漏洞。但同时我们也要注意, 这些批评同样可以适用于芝诺悖论的数学解释。在阿喀琉斯追龟的问题中, 数学解释同样没有给出阿喀琉斯在追上乌龟时所走过的路程为无限段路程之和的原因。因此, 汤姆森的“数学类比”在展示芝诺悖论的数学解释存在问题这一目的上是成功的。

除了汤姆森台灯以外, 在这一时期还存在布莱克的转换机器(transfer machine)问题和利特伍德-罗斯悖论(The Littlewood-Ross Paradox)等超级任务问题。^{[1], [17]}与汤姆森台灯类似, 这些问题也是被提出以论证超级任务不可能完成, 并被可能完成论者给出解答。限于篇幅, 在此不对其作过多的介绍。

三、伊尔曼和诺顿的解释

在各种超级任务问题的解答的基础上, 伊尔曼和诺顿为解决超级任务给出了总结性的解释。他们认为有些超级任务是可能完成的, 而超级任务不可完成的充要条件是这个超级任务的步骤所构成的连续运动是不可完成的。因此用一系列数量为无限的行动来表征实际存在的运动是可行的, 而非如同汤姆森所认为的超级任务与现实的连续运动是两种截然不同的过程。伊尔曼和诺顿提出, 在经典力学的框架中, 存在着逻辑上融贯的, 符合直觉的超级任务模型。这个模型是弹跳球模型: 设想一个小球在坚硬的地面上弹跳。尽管该球的轨迹是连续的, 但是它自然地与地面接触的点分成多个部分。假设小球与地面的碰撞为非完全弹性碰撞, 即每次碰撞后小球都按比例损失一定的动能, 并且小球与地面发生碰撞的过程是瞬时的。令每次碰撞之后, 小球的速度变为碰撞前的 k 倍, 其中 $0 < k < 1$ 。在这样的设置下, 小球每次跳起的高度都为前一次跳起高度的 k^2 , 跳起所用的时间为之前的 k 倍。由于每次碰撞后小球的速度都不为0, 小球不会在某一次弹跳

后停止在地面上, 因此小球的碰撞次数为无限多次。而小球每次碰撞之间的时间间隔构成了几何数列 $k, k^2, k^3, \dots$ 其和收敛于 $1/(1-k)$ 。因此在地面上弹跳的球构成了一个超级任务。而在碰撞中, 小球的机械能将不断地损耗, 最终将在竖直方向上静止于地面上。这一过程在任何显而易见的方面都是逻辑一致, 不会构成悖论。^([3], pp.235-236)

当然, 这是一个理想模型。在现实中, 由于碰撞过程并不是瞬时的, 小球与地面一般在最多几十次的碰撞中就会静止。然而伊尔曼和诺顿所强调的并不是理想的情形能否在现实中实现, 而是这个过程是在一个逻辑一致的设置中可以被实现的, 并且这种设置是在经典物理中最为常见的理想模型之一。

伊尔曼和诺顿为贝纳塞拉夫对汤姆森观点的批评作了进一步地补充。汤姆森的错误的伊尔曼和诺顿看来, 是由于他默认了一个关于台灯性质的假设。该假设在有限次台灯的行动中具有良好的状态, 但是应用于超级任务上就会引发错误。粗略的说, 在汤姆森台灯的论证中, 我们假设了如果一盏台灯的按钮如果没有被按下, 它会保持原来的状态。因此, 如果在某一时刻台灯的按钮没有被按下, 它的状态自然被之前的按键动作的历史所决定。这一性质被伊尔曼和诺顿称为持续属性(Persistence property)。持续属性可以用数学化的方式表达, 我们可以用函数 $lamp(t)$ 表示在某一时刻台灯的状态, 1代表台灯亮而0代表台灯灭。由此持续属性可以表示为, 如果在时刻 t 台灯的按钮没有被按下, 有:

$$lamp(t) = \lim_{t' \rightarrow t} lamp(t')$$

如果持续属性在汤姆森台灯中成立, 超级任务完成时刻的状态由之前按键动作的历史所决定, 那么这会导致矛盾。因为在此时刻函数 $lamp(t)$ 没有极限。因此, 汤姆森在汤姆森台灯的例子中所揭示的矛盾并不是指在有限时间内完成无限行动的概念是矛盾的, 而是超级任务的概念和持续属性两者皆成立会导致矛盾。不成立的应为持续属性而非超级任务的概念。为论证持

续属性并不成立，伊尔曼和诺顿同样用台灯提出了合理的超级任务的例子，其表述如下：

假设一金属球在金属板上作弹跳球模型所描述的运动，金属球用导线串联接入台灯供电的电路的一端，而金属板用导线接入电路的另一端。由是金属球和金属板构成了台灯的一个开关。假设电路状态的变化不需要时间^①，当金属球与金属板相接触时，回路导通，台灯亮起；当金属球与金属板相分离时，电路断开，台灯熄灭。金属球在金属板上弹跳的过程中，金属球和板碰撞的瞬间台灯亮起，金属球跳起还未落下的时刻台灯熄灭。由于金属球在静止之前将在板上弹跳无限多次，因此台灯在这段时间之内将在亮与灭之间的状态转换无限多次。而在金属球机械能耗尽、静止在金属板上时，台灯之后都将亮起。（[3]，p.238）

在这个例子之中，持续属性并不成立。在超级任务完成的时刻，函数 $lamp(t)$ 的极限并不存在。因此，伊尔曼和诺顿认为汤姆森台灯问题的矛盾并不证明在有限时间内按下开关无限次的概念具有矛盾，而是持续属性与超级任务并不相容。伊尔曼和诺顿认为，大部分超级任务看上去的矛盾性都在于将一些在有限操作下成立的属性应用到无限操作次后的状态造成的。我们可以将一个超级任务随着时间的演化的结果看成应用一系列操作的状态。而在数学中，有限操作的结果与无限操作的结果有不同的属性是常见的现象。例如，有限的开集合的交集总是开集，但无限开集合的交集有可能是闭集合。因此，在任意有限次操作都成立的属性并不保证在无限次操作之后仍然成立。芝诺悖论的矛盾之处在于采取了如下的“完成”的概念：一个过程完成当且仅当这个过程的最后一个步骤结束。该完成的定义对有限步骤的过程是成立的，但是并不能以此得出无限过程的完成的概念。

综上，伊尔曼和诺顿认为，超级任务看上去的悖论并不来自于超级任务概念内在的不可能性，而是在于悖论隐含了错误的假设。在未被指出时，我们容易默认这些假设为真。但当这些假设被清楚地表达，我们就倾向于悬置这些假设，并在思考之后发现它的问题。因此，只要审慎地将悖论中并未被证明为真的假设移除，问题中的矛盾都可以被消解。

四、超级任务的新发展

伊尔曼和诺顿认为他们的工作厘清了超级任务概念内存在的所有的疑惑。无限与连续性的概念在经过充分发展之后，超级任务已经不能对理解这些概念有任何帮助。即使有新的超级任务问题产生的矛盾，这些矛盾也不再能揭示这些概念上的矛盾。此后，虽然基于概念分析的超级任务讨论仍未终结，^[4] 超级任务领域的研究的主题拓展到了各种具体科学领域中存在的超级任务问题。

1. 相对论中的超级任务

在经典物理体系中，时间的流逝对于所有参考系都是等同的。两支精确的钟表在对准后即使处于不同的运动状态依然能保持同步。然而在相对论的时空中，不同参考系的时间流逝可能是不同的。在一些极度扭曲的时空（如黑洞周围）中，在一个参考系的观察中持续无限长的过程在另一个参考系中只持续了有限的时间^②。在这种框架下可能存在着新类型的超级任务。

皮特夫斯基（I. Pitowsky）基于广义相对论给出了一种由两条分支构成的超级任务：假设寿命无限长的甲和乙从同一个时空点出发，沿着不同的世界线行动，使得甲在有限的时间 T 内度过乙无限的时间^③。例如，甲跳入一个良性的克尔黑洞，而乙在与一个稳定的轨道上

①汤姆森台灯同样需要这一假设。

②以一个宇航员掉入黑洞的过程为例。在黑洞外的观察者看来，宇航员的运动在接近黑洞的过程中逐渐变慢，宇航员需要无限长的时间才能到达视界。而在宇航员自身看来，是黑洞以外一切事物的时间流逝随着他接近视界不断加快。他只需要有限的时间到达视界，而此时黑洞外宇宙所有的未来都已经成为过去。

③反德特西时空（Anti-de Sitter Spacetime）和克尔黑洞（Kerr Black hole）可以满足这样的要求。

环绕黑洞。甲和乙约定,在甲出发后乙开始用枚举法验证哥德巴赫猜想,即按照4, 6, 8, 10……的顺序,逐个验证每个偶数是否符合哥德巴赫猜想的内容。一旦乙发现存在一个反例,即向甲发射一个信号,甲收到信号后能得知哥德巴赫猜想被证伪。如果甲在经过时间T之后(即甲通过黑洞的内视界面)仍然没有收到信号,甲可以推断出对所有偶数,哥德巴赫猜想都成立,哥德巴赫猜想得以证实。^[18]在之后的研究中,允许这种超级任务存在的时空流型被称为马拉门特-霍加斯时空(Malament-Hogarth Spacetime)。^[19]

物理哲学家就马拉门特-霍加斯时空的物理可能性进行过讨论,包括能量问题(甲或乙是否需要无限的能量才能沿着其世界线行动),无限蓝移问题(甲能否确实地收到乙发出的信号),裸奇点问题(马-霍时空是否违反因果律)等。^{[20]-[22]}目前,关于马-霍超级任务是纯粹数学的构造还是在现实的物理时空确有可能仍然没有定论。另一方面,马-霍超级任务超越了图灵机的能力上限,使其在可计算性领域引起了一定的关注。^[23]

2. 量子力学和经典力学中的超级任务

物理理论中的超级任务问题是伊尔曼和诺顿之后超级任务领域的一个研究方向。除了伊尔曼和诺顿的弹跳球模型这样符合直觉的超级任务,有一些根据物理定律是可能的超级任务导出了违反直觉和其他物理规律的结论,从而形成了悖论。

拉鲁多哥塔(J. Pérez Laraudogoitia)提出超级任务可能会导致能量守恒失效。假设无限的等质量的质点静止地分布在x轴上,它们所在的位置为 $x=1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, \dots$ 在时刻 $t=0$ 时,令一同样质量的质点与 $x=1$ 位置的质点相碰撞,使其获得速度 $v=-1$,向x轴负方向运动。质点于 $t=1/2$ 时与位于 $x=1/2$ 的质点发生完全弹性碰撞,两者交换速度。先前运动的质点停止在 $x=1/2$,先前静止的质点获得速度继续向x轴负方向运动,以此类推。在时刻 $t=1$ 时,无限的质点都已经发生过碰撞,每一个质点都静止在下一个质点原先所在的位置。因此,此时

刻所有的质点都保持静止。开始时有一个质点具有不为零的速度,整个系统具有不为零的动能和动量。而结束时所有质点都处于静止状态,系统具有的能量和动量无故消失了。^[24]

诺顿注意到在量子力学中也可以构造类似的造成不守恒现象的超级任务。设想存在包含无限的粒子的量子系统,每个粒子存在两个态,基态 $|g\rangle$ 和激发态 $|e\rangle$ 。并对整个系统做以下标记: $|0\rangle=|g\rangle\otimes|g\rangle\otimes|g\rangle\otimes|g\rangle\dots$ 为所有粒子位于基态的状态。 $|1\rangle=|e\rangle\otimes|g\rangle\otimes|g\rangle\otimes|g\rangle\dots$, $|2\rangle=|g\rangle\otimes|e\rangle\otimes|g\rangle\otimes|g\rangle\dots$ 以此类推,为仅由某一个粒子处于激发态的状态。并且存在效果如下粒子之间相互作用的哈密顿函数,作用于 $|0\rangle$ 保持不变,消灭 $|1\rangle$ 创造 $|2\rangle$,消灭 $|2\rangle$ 创造 $|3\rangle$,……等等。诺顿证明,在粒子数为无限的情况下,该系统薛定谔方程的解不唯一,并且允许自激发的情况出现:在初始态为 $|0\rangle$ 的情况下,在有限的时间内系统演化到 $|0\rangle$ 以外的状态,即系统在不被干扰的情况下凭空获得了能量。^[25]

除此之外,还存在其他类型的超级任务对物理学中的决定论和守恒律造成挑战。^{[26], [27]}物理哲学家们以这类超级任务为工具探究物理定律在何种情况下会失效。其中一些超级任务在物理学实践也有所应用。^[28]

3. 决策论和博弈论中的超级任务

除了物理学以外,决策论和博弈论中也存在着超级任务问题。在决策论中,巴雷特(J. A. Barrett)和阿泽纽斯(F. Arntzenius)提出,在完成超级任务的决策过程中,每一个步骤都采取最优决策的决定在整体上反而不是最优决策。假设一个人需要做无限次获得金钱的抉择,并且每一笔获得的钱都按顺序编号。第n次被给予以下选择:(1)获得1元。(2)获得 2^n 元,但失去序号最小的那一笔钱。例如第一次抉择选择获得1元后,第二次抉择选择选项2会获得4元,但是会失去第一次获得的1元。在有限多次的决策中,除了第一次都应当选择选项2,这样所获得的净利润最大。但是在无限多次的决策过程中,一直选择选项2的结果是失去所有的钱,因为每一次获得的钱都将在下一次失去。每一步的最优决策导致总体的最劣决策。^[29]

而在博弈论中，培根（A. Bacon）提出有限时间内的无限多次博弈过程使得某些在有限次中必败的博弈过程获得必胜策略。甲和乙参与一种选择面前硬币的正反面的游戏。每一局都是甲先选择，乙后选择。双方信息完全公开。每一局的胜负条件为如果双方选择相同则甲胜，相反则乙胜。整体游戏的胜负条件为如果乙赢下所有局则乙胜，如果甲赢了至少一局则甲胜。直觉上，甲没有获胜策略，只要乙在每一局看过甲的硬币后做相反的选择，甲不可能赢下任何一局。但培根证明，如果每一局之前都有无限多局已经进行过，那么甲可以利用选择公理构造一种策略使得他必然能赢下无限多的局数。这与直觉上十分清晰的乙具有必胜策略存在着矛盾。^[30]

结 语

芝诺悖论长久以来给人类带来许多困惑，而数学解答则是掩盖了这种困惑。为了使这种困惑重新浮出水面，哲学家们创造了超级任务的概念和各种“悖论”。这些“悖论”被证明在哲学上是十分有益的，它迫使我们不断去分析和澄清各种与之相关的概念，包括无限、运动、连续等。在不断的提出谜题和解决谜题过程中，关于这些概念的分析有了长足的发展。随着超级任务领域的发展，这些“悖论”开始触及各个具体学科。相信随着这一领域的继续发展，它们将不仅是形而上学的概念分析工具，而是能对具体学科中的各种概念和命题起到澄清概念和划定前提的作用。

〔参考文献〕

- [1] Black, M. 'Achilles and the Tortoise'[J]. *Analysis*, 1950, 11(5): 67–81.
- [2] Thomson, J. F. 'Tasks and Super-tasks'[J]. *Analysis*, 1954, 15(1): 1–6.
- [3] Earman, J., Norton, J. 'Infinite Pains: The Trouble with Supertasks'[A], Morton, A., Stich, S. (Eds.) *Benacerraf and His Critics*[C], Oxford: Blackwell, 1996, 11–271.
- [4] Burke, M. B. 'The Impossibility of Superfeats'[J]. *The Southern Journal of Philosophy*, 2000, 38(2): 207–220.
- [5] Romero, G. E. 'The Collapse of Supertasks'[J]. *Foundations of Science*, 2014, 19(2): 209–216.
- [6] Aristotle, J. *The Complete Works of Aristotle the Revised Oxford Translation PHYSICS Book VI*. [M]. Barnes, J. (Ed.) Princeton: Princeton University Press, 1984, 239b10–240a15.
- [7] Russell, B. 'The Limits of Empiricism'[J]. *Proceedings of the Aristotelian Society*, 1935, 36: 135–150.
- [8] Whitehead, A. N. *Process and Reality*[M]. New York: Macmillan, 1929.
- [9] Russell, B. *Mysticism and Logic*[M]. London: George Allen & Unwin LTD, 1949.
- [10] 宋伟. 论芝诺悖论的“语言解答”[J]. 重庆理工大学学报(社会科学), 2013, 27(12): 12–17.
- [11] Mill, J. S. *A System of Logic*[M]. London: Longmans, Green, And Co, 1886.
- [12] Ryle, G. *Dilemmas*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1964.
- [13] 吴国盛. 芝诺悖论今昔谈[J]. 哲学动态, 1992, (12): 23–26.
- [14] Ajose, S. A., Nelsen, R. B. 'Proof Without Words: Geometric Series'[J]. *Mathematics Magazine*, 2018, 67(3): 230.
- [15] Liu, C. 'Ming-Jia (The Logicians) And Zeno: A Comparative Study'[A], Liu, C. *Comparative Approaches To Chinese Philosophy*[C], London: Routledge, 2017, 319–328.
- [16] Benacerraf, P. 'Tasks, Super-Tasks, and the Modern Eleatics'[J]. *The Journal of Philosophy*, 1962, 59(24): 765–784.
- [17] Littlewood, J. E. *A Mathematician's Miscellany*[M]. London: Methuen & Co. Ltd, 1953.
- [18] Pitowsky, I. 'The Physical Church Thesis and Physical Computational Complexity'[J]. *Iyyun*, 1990, 39: 81–99.
- [19] Hogarth, M. 'Does General Relativity Allow an Observer to View an Eternity in a Finite Time?'[J]. *Foundations of Physics Letters*, 1992, 5: 173–181.
- [20] Malament, D. 'Minimal Acceleration Requirements for "Time Travel" in Gödel Space-Time'[J]. *Journal of Mathematical Physics*, 1985, 26: 774–777.
- [21] Earman, J., Norton, J. 'Forever Is a Day: Supertasks in Pitowsky and Malament-Hogarth Spacetimes'[J]. *Philosophy of Science*, 1993, 60: 22–42.
- [22] Penrose, R. 'Singularities and Time-Asymmetry'[A], Hawking, S., Israel, W. (Eds.) *General Relativity: And Einstein Centenary Survey*[C], Cambridge: Cambridge University Press, 1979, 581–638.

- [23] Hogarth, M. 'Non-Turing Computers and Non-Turing Computability'[A], *PSA: Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association*[C], 1994, (1): 126-138.
- [24] Pérez Laraudogoitia, J. 'A Beautiful Supertask'[J]. *Mind*, 1996, 105(417): 81-83.
- [25] Norton, J. 'A Quantum Mechanical Supertask'[J]. *Foundations of Physics*, 1999, 29(8): 1265-1302.
- [26] Hepp, K. 'Quantum Theory of Measurement and Macroscopic Observables'[J]. *Helvetica Physica Acta*, 1972, 45(2): 237-248.
- [27] Pérez Laraudogoitia, J. 'Classical Particle Dynamics, Indeterminism and a Supertask'[J]. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 1997, 48(1): 49-54.
- [28] Duncan, A., Niedermaier, M. 'Temporal Breakdown and Borel Resummation in the Complex Langevin Method'[J]. *Annals of Physics*, 2013, 329: 93-124.
- [29] Barrett, J., Arntzenius, F. 'An Infinite Decision Puzzle'[J]. *Theory and Decision*, 1999, 46(1): 101-103.
- [30] Bacon, A. 'A Paradox for Supertasks Decision Makers'[J]. *Philosophical Studies*, 2011, 153: 307-311.
- [责任编辑 王巍 谭笑]